

I-10 接続マトリックスによる最適骨組設計

熊本大学工学部

正員 〇小 林 一 郎

同 上

学生員 福 島 哲 夫

同 上

正員 三 池 亮 次

1 まえがき 反復線形計画法(SLP)によって最適構造設計を行なう場合、制約条件式群および目的関数、それぞれ Taylor 展開して線形化しなければならない。しかし、一般にそれぞれの一次の導関数(影響係数)の算出は必ずしも容易なものではない。特に、剛結を考慮する場合には、その数学的表現は極めて難解なものになる。本研究、軸力、せん断力、曲げモーメントが同時に働く平面骨組構造(剛結トラス、ラーメン等)について、接続マトリックスによって公式化された変位法を用いて最適設計を試みるもので、一部は先に報告の通りである。¹⁾ピン結トラスにおける定式化はこれまでにあるが、²⁾本研究はそれを剛結に拡張したものであり、接続マトリックスを用いることによって両方の場合が包括される。また従来の剛性法における剛性マトリックス(あるいはその影響係数)の重ね合わせや拘束点除去によるマトリックスの再配列といった手向を必要としないので、特に影響係数の算出手順が極めて機能的に下ることになる。

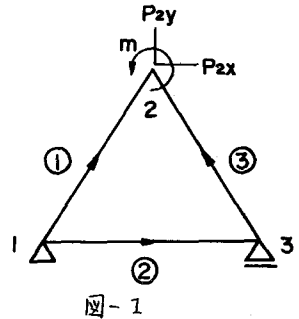
2 接続マトリックスによる変位法の公式 図-1の三角形の剛結部材について考える。①部材の部材端を1、2とすると、節点1を①部材における①の節点、節点2を②の節点とする。①の節点から②の節点へ矢印を引くこととし、①部材について部材端荷重 P_1, P_2 を結ぶ平衡方程式は平衡マトリックス U として

$$P_1 + H P_2 = 0 \quad \text{----- (1)}$$

となる。また、全体座標系に基づく各節点の変位 $\bar{d}$ 、各節点の外荷重 $\bar{P}$ 、各部材の相対変位 $\bar{e}_m$ 、各部材の部材端荷重 P_m で表わすと、構造解析の基礎式は次のようになる。ただし、弾性係数 E 、断面積 A 、断面2次モーメント I 、部材長 L とする。

$$\bar{d} = G_T^{-1} \bar{P} \quad \text{----- (2)}$$

$$\begin{aligned} \bar{e}_m &= C_m^{(r)} \bar{d} & \text{----- (3)} \\ P_m &= K_m \bar{e}_m & \text{----- (4)} \end{aligned} \quad \left(\begin{array}{l} \text{ただし } G_T = C K_m C^{(r)} \\ K_m: \text{剛性マトリックス} \\ C: \text{接続マトリックス} \end{array} \right)$$



上式において、構造物の位相幾何学的な性質および基準座標軸に対する方位についての情報はすべて、接続マトリックス C の中に含まれる。一方 K_m は部材の弾性的な性質のみを表わし、これ自体としては、特異マトリックスになっている。 C と K_m の積である G_T がいかなる全体剛性マトリックスであり、これは特異ではない。図-1のモデルについて C と K_m の内容を示す。なお①、②の添字はその番号の部材についてのマトリックスを意味し、 T は変換マトリックスである。 C については行が与えている節点、列がその節点1の各部材の接続状態を表わす。①節点が接続されたとき $-U$ 、②のとき T 、接続されないとき 0 のマトリックスである。ただし、 $U = T \cdot H$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -U_0 & 0 & -U_0 \\ T_0 & T_0 & 0 \\ 0 & -U_0 & T_0 \end{bmatrix} \quad \text{----- (5)}, \quad K_m = \begin{bmatrix} K_0 & 0 & 0 \\ 0 & K_0 & 0 \\ 0 & 0 & K_0 \end{bmatrix} \quad \text{----- (6)}$$

3 制約条件式と目的関数 図-2に示すように、箱型とH型について、フランジ幅をB、厚さ t_1 、ウェブ幅をH、厚さ t_2 とする。今回は、ウェブ幅H、板厚 t_1, t_2 を定数とし、フランジ幅Bを変化させることにより、断面積を変えて行く。設計変数としては、断面積と節点座標とする。fully stressed designにより最小重量設計を行なう。各部材の応力 σ_i 、細長比 λ_i とすると、制約条件としては

$$\sigma_{ac} \leq \sigma_i \leq \sigma_{at} \quad \text{----- (7)}$$

$$\lambda_i \leq 200 \text{ or } 120 \quad \text{----- (8)}$$

を用いる。ここで、 σ_{ac}, σ_{at} は、それぞれ圧縮と引張の許容応力であり、細長比は、圧縮部材では120以下、引張部材では200以下とした。また目的関数は、次式のように体積を最小にするものとする。

$$Z = \sum A_i L_i \quad \longrightarrow \text{min} \quad \text{----- (9)}$$

4 数値計算例 図-3の破線に示すような11部材ワレントラスについて、節点2,6のX,Y座標、節点4のZ座標および各部材の断面積を設計変数とする。ただし、②,⑤,⑦,⑩の斜材はH型、それ以外は箱型で断面形状として採用する。また実際によって示したものが最適桁組形状であり、表-1に示したものが、各部材の初期値と最適値である。なお、初期値の体積は585400 cm³、最適値は204100 cm³である。 表-1

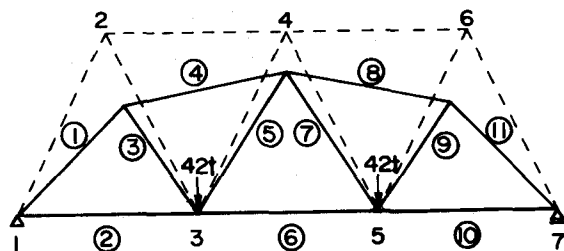


図-3 解析モデル

表-2 座標の初期値と最適値 (単位はcm)

節次	初期値		最適解	
	x	y	x	y
1	0.0	0.0		
2	250	500	290	300
3	500	0.0		
4	750	500		385
5	1000	0.0		
6	1250	500	1209	300
7	1500	0.0		

ただし、 λ_i, σ_i はそれぞれの許容値を示す。
断面形状は □は箱型
HはH型を示す。

部材	断面形状	B cm	t_1 cm	t_2 cm	初期値			最適値						
					A	H	λ	A	H	λ	σ	σ_L		
					cm ²	cm		cm ²	cm		kg/cm ²	kg/cm ²		
1	□	12.0	1.0	1.0	100.0	40.0	41.25	59.1	19.6	58.8	120.0	-1081	-1074	
2	□	"	1.0	1.0	"	40.0	36.9	33.2	6.6	200.0	200.0	1308	1400	
3	H	"	0.8	0.8	"	57.3	35.3	27.1	11.8	128.9	200.0	1402	1400	
4	□	"	1.0	1.0	"	40.0	36.9	63.7	21.8	59.8	120.0	-1083	-1066	
5	H	"	0.8	0.8	"	57.3	35.3	24.0	9.8	200.0	200.0	634	1400	
6	□	"	1.0	1.0	"	40.0	36.9	40.1	10.1	131.2	200.0	1400	1400	
7	H	"	0.8	0.8	"	57.3	35.3	24.0	9.8	200.0	200.0	629	1400	
8	□	"	1.0	1.0	"	40.0	36.9	63.5	21.8	59.7	120.0	-1084	-1067	
9	H	"	0.8	0.8	"	57.3	35.3	27.1	11.8	129.1	200.0	1402	1400	
10	□	"	1.0	1.0	"	40.0	36.9	33.2	6.6	200.0	200.0	1311	1400	
11	□	"	1.0	1.0	"	40.0	41.35	59.2	19.6	58.9	120.0	-1080	-1073	

参考文献 1) 吉本三池「連続トラスに23節点と考慮した層組構造の最適設計」 土木工学部研究報告 第25巻 第2号 昭和51年

2) スズ原「トラス構造の最適設計法に関する研究」 土木学会論文報告集 177号 1970