

## I - 8 Suboptimization による連続工形桁の最適設計

長崎大学工学部 正員 小西保則  
長崎大学工学部 学生員 新井伸博

1. 緒言 構造物の最適設計法に関して、ここ数年来、大規模でかつ複雑な構造物の最適設計問題を能率的に解くための研究が重要なテーマの一つとなっている。この問題において断面のSuboptimization およびSLP法により最適な材料選択をも含む鋼工形桁の最適設計が、比較的容易に行なえることが示されている。しかし、この方法において、設計変数・制約条件式共にその数が増加するに従い、最適解を求めるために必要とする計算時間が増大する。本研究では、最適設計手法にSUMT法(sequence of unconstrained minimization technique, 無制約最小化反復法)とSLP法(sequence of linear programming method, 反復線形計画法)を用い、それそれぞれ比較、検討することによて解の収束性を確かめ、全応力設計が最適になることを示した。設計例として、断面変化3箇所の4断面を有する鋼工形桁2径間連続橋について最適設計を行なった。また、本研究で述べる手法によれば、トラスなどの複雑な構造物にも適用できる。

2. 最適設計手法の概要 本研究で用いた最適設計法の概要を簡単にまとめてみると次のとおりである。最適化手法として、SLP法、SuboptimizationによるSUMT法を用いた。SLP法は、制約条件式および目的関数をある近傍で線形近似しL.P法(linear programming method, 線形計画法)を繰返し適用することによて制約領域の端点を順次探して行き、そのときの目的関数の値を比較して最適解を求めるものである。この方法は、最適解への収束が良好であり、全応力設計が最適となるが move limit を設ける必要があり制約条件式が増加する。また、複雑な構造物であると微分演算が困難になる難点がある。SUMT法は、制約のない場合の最適化の手法としてDavidon-Fletcher-Powellの提案した手法を用いた。これは、変数の多い場合は不利とされているが、Suboptimizationを行なえば変数を減らすことができる。Suboptimizationの手法としては、変数をある1つの断面要素のみの変数<sup>1)</sup>と構造物の全体に共通な変数<sup>2)</sup>に分ける。たとえば<sup>2)</sup>の関数として $X = h(Y)$ と表わし、これを用いて構造物全体の制約条件式および目的関数をYの関数としてSUMT法により最適解を求めるものである。この方法は、move limit を設ける必要がなく、微分演算は探索方向を求めるためのもので、数値微分でもあまり問題はない。しかし、SLP法に比べて、収束までの繰返し回数および時間がかかり、不静定の場合、その解が全応力設計より少しあまりことが知られている。

3. 連続工形桁の全応力設計による最適設計例 本研究では断高が橋長すべてにわたって一定である道路橋2径間連続工形桁について、その設計変数として桁を構成する各構要素の断面寸法、断面変化位置を考慮している。使用鋼種は41キロ鋼とし、許容応力は $\sigma_a = 1400 \text{ kg/cm}^2$ であるが、上フランジプレートについては負の曲げモーメントの生じるとこまで座屈許容応力を考慮した。ただし、上下フランジプレートは同一断面とした。設計変数はフランジプレート板厚・板幅をそれぞれ $T_1, T_2, T_3, B_1, B_2, B_3, \text{ウエブプレート板厚} \cdot \text{高さ} = T_W, B_W$ とし、断面変化は3箇所とし、桁端より断面変化点までの距離を $C_1, C_2, C_3$ の11個とする。変数の記号はFig. 1に示すとおりである。ただし、1スパン30mである。対象とした桁は本主桁の内側桁とし、連続桁として荷重分配を考えた。主桁に作用する曲げモーメントは、等断面と近似して放物線分布するものとし、せん断力は影響がないので省略した。SUMT法によるSuboptimizationの場合、変数の内Xに属するものは $T_W, B_1, T_1, B_2, T_2, B_3, T_3$ とし、Yに属するものは $B_W, C_1, C_2, C_3$

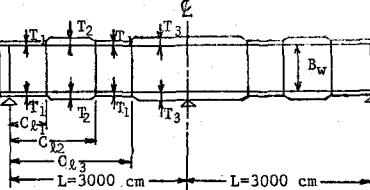
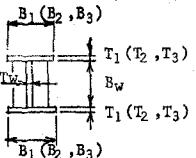


Fig. 1 Notations for girder



とする。これにより、設計変数を4に属する  $B_w$ ,  $C_{l_1}$ ,  $C_{l_2}$ ,  $C_{l_3}$  の4個とし、応力制限、たわみ制限、座屈耐上のための板幅に対する板厚の制限、変数の上下限の制限などの制約条件を考慮した。目的関数は桁の体積だけを考慮した。

SLP法による場合は、設計変数として、 $B_w$ ,  $T_w$ ,  $B_1$ ,  $T_1$ ,  $B_2$ ,  $T_2$ ,  $B_3$ ,  $T_3$ ,  $C_{l_1}$ ,  $C_{l_2}$ ,  $C_{l_3}$  の11個を考え、制約条件式および目的関数はSuboptimizationと同様であるが、変数に関するmove limitを設け、また、各々の制約条件式および目的関数をそれぞれの変数に関するTaylor展開し、その微係数を求めて線形化しLP法を適用した。

**4. 最適設計結果と考察** 2. 述べた手法により、支間30m、幅員7mの2径間連続桁の最適設計を行ない、その結果の比較表をTable 1, Table 2に示した。表から明らかなように、桁高および断面変化点の初期値を変え、それとの最適設計を行なったものである。結果の考察として(1)最小体積の値  $Z$  は SLP法で  $Z = 1.3072 \times 10^6 \text{ cm}^3$ , Suboptimizationで  $Z = 1.2943 \times 10^6 \text{ cm}^3$  であり、Suboptimizationの方が0.6%小さくなっている。これは表中の応力の収束状況をみるとSLP法ではほぼ全応力になつてゐるが、Suboptimizationでは10%程度余裕のある設計になっているためであると思われる。(2)各変数の収束状況は、SLP法では初期値の1/1000未満まで収束しているが、Suboptimizationでは離散的に収束している。これは、Table 2から桁高はほぼ一定値に収束しているのに対して、断面変化点の値が不規則に変化しているため、これにより断面が決定されてしまうからである。なお、各断面の断面積は、ほぼ等しい値になつてゐる。

**5. 結論** 本手法によれば、SLP法は初期値が異なる、ともに確実に全局的な最適解が得られれば全応力設計になつてゐる。

Table 1 Comparison of optimum values by SLP method

Suboptimizationは

| L<br>(cm)          | $\alpha^0$ | $C_{l_1}/L$ | $C_{l_2}/L$ | $C_{l_3}/L$ | $B_w$<br>(cm) | $C_{l_1}$<br>(cm) | $C_{l_2}$<br>(cm) | $C_{l_3}$<br>(cm) | $T_w$<br>(cm) | $B_1$<br>(cm) | $T_1$<br>(cm) | $B_2$<br>(cm) | $T_2$<br>(cm) |       |
|--------------------|------------|-------------|-------------|-------------|---------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|-------|
| 初期値が異なる場合          |            |             |             |             |               |                   |                   |                   |               |               |               |               |               |       |
| 倉、大局的には1つの凹変化で $Z$ | 3000       | 15          | 0.167       | 0.650       | 0.879         | 180.0             | 522.2             | 1926.7            | 2561.6        | 1.184         | 35.26         | 2.034         | 45.89         | 2.668 |
| 倉、大局的には1つの凹変化で $Z$ | 3000       | 15          | 0.200       | 0.615       | 0.900         | 180.8             | 517.7             | 1931.1            | 2560.8        | 1.190         | 35.14         | 2.000         | 45.70         | 2.659 |
| 倉、全局的には1つの凹変化で $Z$ | 3000       | 18          | 0.167       | 0.650       | 0.879         | 179.8             | 527.6             | 1920.7            | 2568.5        | 1.183         | 36.38         | 1.995         | 45.53         | 2.694 |
| 倉、全局的には1つの凹変化で $Z$ | 3000       | 18          | 0.200       | 0.615       | 0.900         | 179.2             | 523.1             | 1925.6            | 2560.8        | 1.179         | 35.78         | 2.028         | 46.87         | 2.634 |

は複雑な変化を示しており、そのため全局応力設計には限らない。しかし、一定値に収束していることから、設計変数が異なる、でもとの組み合せを適当に選択することにより、

Table 2 Comparison of optimum values by Suboptimization

全局的な最適解が

| L<br>(cm)      | $\alpha^0$ | $C_{l_1}/L$ | $C_{l_2}/L$ | $C_{l_3}/L$ | $B_w$<br>(cm) | $C_{l_1}$<br>(cm) | $C_{l_2}$<br>(cm) | $C_{l_3}$<br>(cm) | $T_w$<br>(cm) | $B_1$<br>(cm) | $T_1$<br>(cm) | $B_2$<br>(cm) | $T_2$<br>(cm) |       |
|----------------|------------|-------------|-------------|-------------|---------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|-------|
| 得られることがある      |            |             |             |             |               |                   |                   |                   |               |               |               |               |               |       |
| 倉、変数が11個程度であれば | 3000       | 15          | 0.167       | 0.650       | 0.879         | 173.9             | 693.9             | 1944.2            | 2587.6        | 1.078         | 46.98         | 1.807         | 61.51         | 2.366 |
| 倉、変数が11個程度であれば | 3000       | 15          | 0.200       | 0.615       | 0.900         | 179.4             | 667.9             | 1605.0            | 2616.0        | 1.312         | 40.65         | 1.563         | 51.00         | 1.962 |
| 倉、変数が11個程度であれば | 3000       | 18          | 0.167       | 0.650       | 0.879         | 178.2             | 505.9             | 1905.7            | 2364.1        | 1.107         | 33.66         | 1.295         | 60.22         | 2.316 |
| 倉、変数が11個程度であれば | 3000       | 18          | 0.200       | 0.615       | 0.900         | 175.2             | 605.9             | 1804.9            | 2473.9        | 1.021         | 42.81         | 1.630         | 64.18         | 2.444 |

十分実用的な最適設計法であると結論することができます。

| B <sub>3</sub><br>(cm) | T <sub>3</sub><br>(cm) | $F_{x10^6}$<br>(cm <sup>3</sup> ) | $Z_{x10^6}$<br>(cm <sup>3</sup> ) | $\alpha =$<br>L/BW | $C_{l_1}/L$ | $C_{l_2}/L$ | $C_{l_3}/L$ | $\sigma_{a-\sigma_1}$<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | $\sigma_{a-\sigma_2}$<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | $\sigma_{a-\sigma_3}$<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) |
|------------------------|------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|--------------------|-------------|-------------|-------------|--|--|--|
| 71.70                  | 2.758                  | 1.2943                            | 1.2943                            | 17.3               | 0.231       | 0.648       | 0.863       | 0.1  | 13.8   | 4.2  |
| 61.96                  | 2.383                  | 1.2996                            | 1.2996                            | 16.7               | 0.223       | 0.555       | 0.872       | 2.9  | 11.1   | 7.9  |
| 70.31                  | 2.704                  | 1.2951                            | 1.2951                            | 16.8               | 0.169       | 0.635       | 0.788       | 3.0  | 13.9   | 4.2  |

#### 参考文献

- 1) 長尚著：構造物の最適設計、朝倉書店、PP11～PP41, PP61～PP67。
- 2) D.J.コワリック, M.R.オスボーン共著、山本善之、小山健夫共訳：非線形最適化問題、培風館、PP11～PP19, PP53～PP57, 1973。
- 3) 奥村敏恵、大久保耕二：Suboptimizationによる鋼連続桁の最適設計、土木学会論文報告集、第215号、PP1～PP14, 1973年7月。