

九州大学 学生員 ○ 広 瀬 一 郎
 " 正 員 太 田 俊 昭
 " 正 員 今 井 富 士 夫

1. まえがき

先に著者は、薄肉断面桁が、ねじりモーメントおよび曲げモーメントをそれぞれ独自に受ける場合について弾塑性解析法を、せん断流理論を用いて示したが、本研究では、軸力も含めてそれらの組み合わせ荷重が作用する薄肉断面桁の弾塑性解析を試みた。

この問題に関する既往の研究はリンダンの単純ねじりせん断流のみを考慮したものであり、ここでは、弾性域で Warping に関する補正関数を用いる手法を塑性域まで拡張して、組合せ荷重のもとで Warping を考慮した一解析法を提示する。

2. 基礎理論

二軸対称の薄肉断面に直交座標 x, y を図-1 のように設ける。この断面にねじりモーメント増分 $\dot{M}_z$ 、曲げモーメント増分 $\dot{M}_x, \dot{M}_y$ 、および軸力増分 $\dot{N}$ が載荷された時、断面内の任意点の材軸方向変位 w を、軸力および曲げによる成分と、ねじりによる成分とに分け、前者に対しては平面保持の仮定、後者に対しては著者の Warping に関する補正関数を用いた式が成立すると仮定すれば、断面内の任意点の垂直ひずみ増分は次のように求められる。

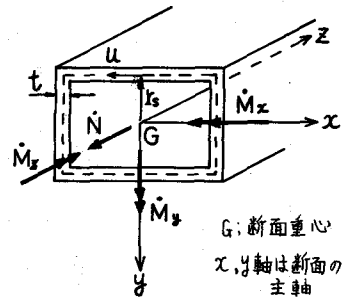


図 - 1

$$\dot{\epsilon}(x, y) = \dot{\epsilon}_g(x) + x\dot{\phi}_y(x) + y\dot{\phi}_x(x) + Wu(x, y) \frac{d\dot{f}(x)}{dx} \quad \text{-----(1)}$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_g$: 断面の重心 G における垂直ひずみ増分、 $\dot{\phi}_x, \dot{\phi}_y$: 材軸の曲率増分、 f : ねじり率 ω の補正関数、 Wu : 単位そり関数、 $Wu = W_u' - \frac{1}{A_0} \int_{A_0} W_u' dA_0$

$$W_u' = \int_0^u K_s \frac{du}{\xi} - \int_0^u I_s du, \quad K_s; \text{ねじりのせん断流関数}$$

垂直応力増分 $\dot{\sigma}$ は、ヤング率を E として Reuss の式より

$$\dot{\sigma} = E \dot{\epsilon} - \frac{1}{2} \sigma E \lambda = E \left(\dot{\epsilon}_c + x\dot{\phi}_y + y\dot{\phi}_x + Wu \frac{d\dot{f}}{dx} \right) - \dot{\sigma}^p \quad \text{-----(2)} \quad \text{ただし、} \dot{\sigma}^p = \frac{1}{2} \sigma E \lambda$$

x, y -軸は軸面主軸であり、 $\int_{A_0} Wu dA_0 = \int_{A_0} Wu x dA_0 = \int_{A_0} Wu y dA_0 = 0$ であることを考慮すれば、式(2)を用いて $\dot{N}, \dot{M}_x, \dot{M}_y$ は、次式のように求められる。

$$\dot{N} = \int_{A_0} \dot{\sigma} dA_0 = E \dot{\epsilon}_c A_0 - X_{c1}, \quad \dot{M}_x = \int_{A_0} \dot{\sigma} y dA_0 = E I_x \dot{\phi}_x - X_{c2}, \quad \dot{M}_y = \int_{A_0} \dot{\sigma} x dA_0 = E I_y \dot{\phi}_y - X_{c3} \quad \text{-----(3)}$$

ただし、 $X_{c1} = \int_{A_0} \dot{\sigma}^p dA_0, X_{c2} = \int_{A_0} \dot{\sigma}^p y dA_0, X_{c3} = \int_{A_0} \dot{\sigma}^p x dA_0, I_x, I_y$: 断面二次モーメント

せん断流増分 $\dot{q}$ ($= \tau \dot{\gamma}$) は、断面の微小要素 $dx \times du \times t$ の z 軸方向のつり合い式より次のように求められる。

$$\dot{q} = - \int_0^u \frac{d\dot{\sigma}}{dx} t du + \dot{q}^* \quad \text{-----(4)}$$

ここで $\dot{q}^*$ は、不静定せん断流増分であるが、変形の適合条件式と Reuss の式 $\dot{\tau} = G \dot{\gamma} - 2\tau \dot{\gamma} \lambda$ を用いて求められ、ねじり率増分を $\dot{\omega}$ とすれば、次式がえられる。

$$\dot{q} = E \frac{d\dot{\phi}_x}{dx} K_x + E \frac{d\dot{\phi}_y}{dx} K_y - E \frac{d\dot{f}}{dx} K_w + G K_s \dot{\omega} + \dot{q}_1^p + \dot{q}_2^p - \frac{1}{A} \phi 2G \lambda \frac{du}{\xi} \quad \text{-----(5)}$$

ただし $K_x = - \int_0^u x t du + \frac{1}{A} \int_0^u x t du \frac{du}{\xi}, K_y = - \int_0^u y t du + \frac{1}{A} \int_0^u y t du \frac{du}{\xi}, K_w = \int_0^u W_u t du - \frac{1}{A} \int_0^u W_u t du \frac{du}{\xi}$

$$K_s = 2A/\alpha, \quad A = \frac{1}{2} \phi r_s du, \quad \alpha = \phi \frac{du}{\xi}, \quad \dot{q}_1^p = E \frac{d\dot{\epsilon}_c}{dx} \left\{ - \int_0^u t du + \frac{1}{A} \int_0^u t du \frac{du}{\xi} \right\}, \quad \dot{q}_2^p = \int_0^u \frac{d\dot{\sigma}^p}{dx} t du - \frac{1}{A} \int_0^u \frac{d\dot{\sigma}^p}{dx} t du \frac{du}{\xi}$$

$\phi K_x I_s du = \phi K_y I_s du = \phi \dot{q}_1^p I_s du = 0$ であることを考慮して、式(5)を用いれば、ねじりモーメント増分 $\dot{M}_z$ は次のようになる。

$$\dot{M}_z = \phi \int_0^u r_s du = -E C_w \frac{d\dot{f}}{dx} + G J \dot{\omega} + \dot{I}_z^p \quad \text{-----(6)}$$

ただし、 $\dot{I}_z^p = \phi \left\{ \dot{q}_2^p - \frac{1}{A} \phi 2G \lambda \frac{du}{\xi} \right\} r_s du, E C_w = E \int_{A_0} W_u^2 dA_0, G J = 2 G K_s A$

一方、せん断すずみ増分、 $\dot{\gamma} = \frac{\partial \dot{w}}{\partial u} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z}$, $\dot{\epsilon}_s = I_s \dot{\phi}$ (ϕ :ねじり角増分) , $\dot{w} = w_u \dot{f} + \dot{w}_0$, および Reuss の式を用いれば次式が得られる。

$$\dot{g} = G t (K_s t - I_s) \dot{f} + G I_s \dot{w} - 2g G \dot{\lambda} \quad \text{----- (7)}$$

$$\dot{M}_x = G (J - I_c) \dot{f} + G I_c \dot{w} + \dot{T}_f^p \quad \text{----- (8)}$$

$$\text{ただし、} \dot{T}_f^p = -\phi 2g G \dot{\lambda} du, \quad I_c = \phi I_s t du$$

ここで、式(6),(8)を連立させることにより、 $\dot{w}, \dot{f}$ が算定でき、さらに式(3)を加えれば組合せ荷重下の弾塑性解析が可能となる。なお、式中の $\dot{\lambda}$ は Mises の降伏条件式を用いてすずみ硬化係数 H' を導入した形で求められている³⁾。

3. 解析例

以上の理論によって解析した一例を示す。载荷状態を図-2、断面形状を図-3、载荷点の降伏時における応力分布を図-4、また、 $\bar{M}_x - \bar{\phi}_x$ 曲線を図-5に示した。

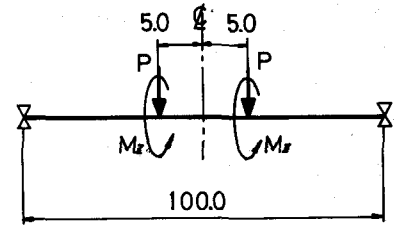


図-2 (単位: cm)

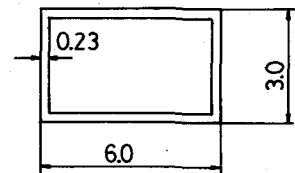


図-3 (単位: cm)

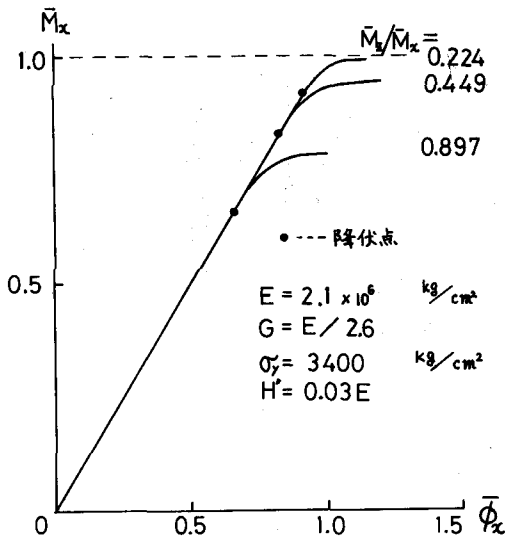


図-5

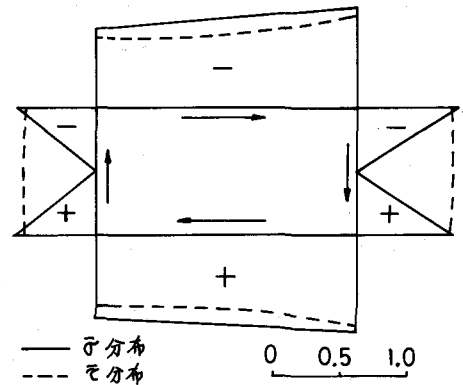


図-4 ($\bar{M}_x/\bar{M}_x = 0.897$)

参考文献

- 1) 太田、藤岡；薄肉多室断面ばりの弾塑性曲げ解析 (S 49、才29回年次講演会)
- 2) "；薄肉多室断面桁の弾塑性曲げ振り (S 50、才30回年次講演会)
- 3) "；せん断流理論による薄肉断面桁の弾塑性振り解析 (S 50年度西部支部研究発表会)
- 4) 小松、靖元；Elasto-Plastic Behavior of Thin Walled Steel Tubes Under Combined Force, Proc. of JSCE, No 235, 1975
- 5) Benscoter；A Theory of Torsion Bending for Multicello Beams, Journal of Applied Mechanics, Vol 21, No. 1, 1954
- 6) 太田、藤岡；薄肉箱型断面をもつ片持梁の弾塑性振り解析, 九大工学集報, 49巻3号, S 51.6