VI－20　三次元表面密度噴流に関する理論的考察

九州大学　工学部　正　員　椿　東一郎
九州大学　工学部　正　員　小松　利光
九州大学　工学部　学生員　○川上　義幸
九州大学　工学部　学生員　菅原　稔

1．まえがき

海面上（密度ρ_a）に放流される温排水（密度ρ_0）などの三次元表面密度噴流については、さきに著者らにより、放出口の内部フルード数F_{r0}の大きい場合について、放出口をPoint sourceとして理論解析が行なわれ実験結果との良好な一致が得られた[1)]。しかし、Tamai，Wiegel，Tornberg[2)]らが指摘しているように、放出口の内部フルード数が小さく浮力効果が卓越した場合は二層流的な流れとなり、もはやPoint sourceとみなすことができない。

ここでは、F_{r0}の小さい場合について、放出口をline sourceとみなし、噴流水深を一定と仮定した理論解析を行なって、実験結果と比較検討した。

2．理論的考察

x方向の運動方程式および拡散方程式は、単位質量あたりの平均浮力を$B=g(\rho_a-\rho)/\rho_a$として次のようである。

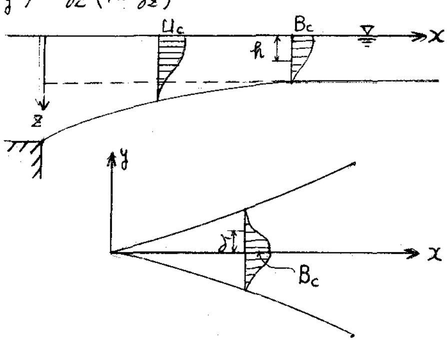
$$\frac{\partial U^2}{\partial x}+\frac{\partial VU}{\partial y}+\frac{\partial WU}{\partial z}=-\frac{\partial}{\partial x}\int_z^\infty B\,dz+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_H\frac{\partial U}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K_V\frac{\partial U}{\partial z}\right) \tag{1}$$

$$\frac{\partial UB}{\partial x}+\frac{\partial VB}{\partial y}+\frac{\partial WB}{\partial z}=-\frac{\partial\overline{vb}}{\partial y}-\frac{\partial\overline{wb}}{\partial z} \tag{2}$$

$$U=U_c f_1(\eta)\cdot f_2(\zeta)\quad ,\quad B=B_c m_1(\eta)\cdot m_2(\zeta)$$

$$\eta=y/\delta\qquad \zeta=z/h$$

噴流拡散幅δ・噴流水深hは、それぞれBが噴流中心軸上表面浮力B_cの½となる点で定義されている。hは図－1に示したように、F_{r0}が小さい場合には浮力効果により噴流は放出口を出るとすぐ押し上げられ、その後はほぼh＝一定に保たれ、噴流の拡がりは横方向の拡散が支配的となる[4)]。



図－1　流れの模式図

式(1)，(2)を$z=0\sim\infty$，$y=0\sim\infty$の範囲で積分すると、flow force M_0と，浮力flux N_0の保存式

$$2I_1I_2h\delta U_c^2+2I_3I_4h^2B_c\delta=M_0\quad(=\text{const.}) \tag{3}$$

$$2I_5I_6\delta hU_cB_c=N_0\,(=\text{const.}) \tag{4}$$

$$I_1=\int_0^\infty f_1^2d\eta\ ,\ I_2=\int_0^\infty f_2^2d\zeta\ ,\ I_3=\int_0^\infty m_1d\eta\ ,\ I_4=\int_0^\infty \zeta m_2d\zeta\ ,\ I_5=\int_0^\infty f_1m_1d\eta\ ,\ I_6=\int_0^\infty f_2m_2d\zeta$$

が得られる。

また，(1)式にUをかけて得られる平均流のエネルギー方程式は、

$$\frac{1}{2}I_7I_8h\frac{d}{dx}\left[\delta U_c^3\right]=-I_5I_9h^2\frac{d}{dx}\left[U_cB_c\delta\right]+I_5I_9B_ch^2\delta\frac{dU_c}{dx}-I_9I_{10}B_ch^2U_c\frac{d\delta}{dx}$$
$$-a_HI_2\Psi(R_i)\cdot hU_c^3-\frac{2}{3}a_HI_{11}X(R_i)\delta U_c^3 \tag{5}$$

$$I_7=\int_0^\infty f_1^3d\eta\qquad I_8=\int_0^\infty f_2^3d\zeta\qquad I_9=\int_0^\infty f_2\int_0^\infty m_2d\zeta d\zeta\qquad I_{10}=\int_0^\infty \eta m_1\frac{df_1}{d\eta}d\eta\qquad I_{11}=\int_0^\infty\left(\frac{df_2}{d\zeta}\right)^2d\zeta\qquad a_H=0.032$$

$\Psi(R_i)$，$X(R_i)$は、渦動粘性係数の浮力効果による減衰の程度を表わす関数[1)]である。

ここで、h，δ，U_c，B_cをM_0，N_0で無次元化すると

$$H=hN_0^{1/2}/M_0^{3/4}\qquad ,\ \Delta=\delta N_0^{1/2}/M_0^{3/4}\qquad ,\ \overline{U}=N_0^{1/2}/M_0^{1/4}U_c$$

$\overline{B} = N_0^{3/4}/M_0^{5/4}B_c \qquad \xi = N_0^{1/2}x/M_0^{3/4}$

で表わされ、overall Richardson数として $R_i = N_0/2\xi u_c^3$ を導入すると、式(3),(4),(5)は、

$$\Delta^{1/3} = \frac{r_1}{H}\cdot\frac{R_i^{2/3}}{1+rR_i} \qquad (6)$$

$$\overline{B} = r_0\frac{\Delta^{1/3}\cdot R_i^{1/3}}{1+rR_i} \qquad (7)$$

$$\frac{d}{d\xi}\left(\frac{1}{R_i}\right) = r_1\frac{R_i^3}{(1+rR_i)^3}\cdot\frac{d}{d\xi}\left[\frac{(1+rR_i^3)}{R_i^3}\right] - r_2\frac{(1+rR_i)^3}{R_i^2}\cdot\frac{d}{d\xi}\cdot\left[\frac{R_i^2}{(1+rR_i)^3}\right]$$
$$- r_3 a_H\Psi(R_i)\cdot H^3\frac{(1+rR_i)^3}{R_i^3} - r_4 a_H\frac{1}{H}\chi(R_i)\frac{1}{R_i} \qquad (8)$$

$r = I_3I_4/I_1I_2I_5I_6$, $r_0 = 2^{1/3}I_5I_6/I_1I_2$, $r_1 = 2/3\cdot I_9/I_6I_7I_8$

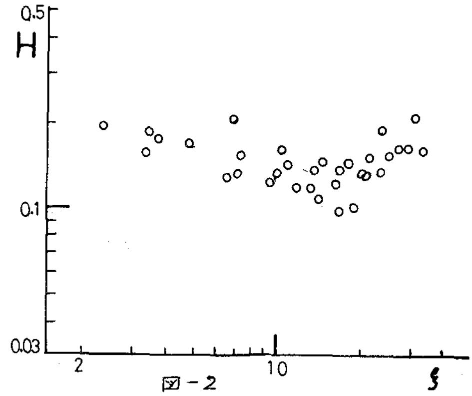
$r_2 = 2\cdot\frac{r}{4}I_{10}/I_5I_6I_7I_8$, $r_3 = 4I_1^3I_2^4/I_7I_8$, $r_4 = 4/3\cdot I_{11}/$

となる。

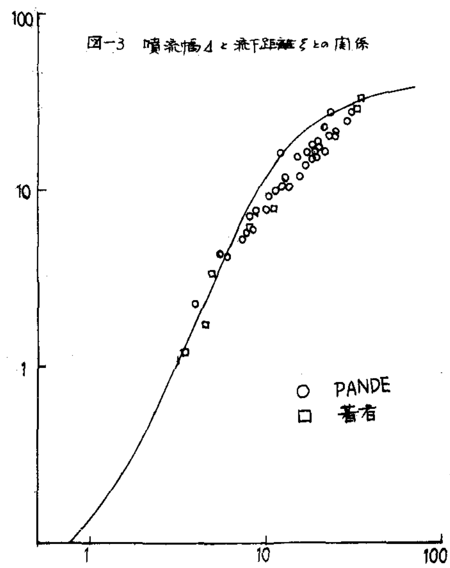
$R_i \to 0$ の極限が均一流体のPlane jetである。均一流体のものに添字*をつけると、

$\Delta_* = a_1\xi^{P_1} \qquad R_{i*} = a_2\xi^{P_2}$

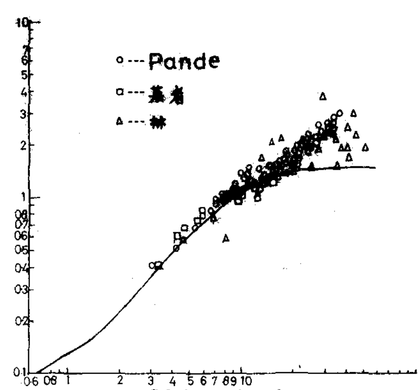
とおいて、$R_i \to 0$ として式に代入し、permanent typeであるための条件を求めると、$P_1 = 1$, $P_2 = 1/2$, となり、$\Delta_* = a_1\xi$ で噴流幅の流れ方向の変化は良く知られているように直線的に拡がる。 仮想原点、$x = 0$ に噴流のline sourceが存在するとして、境界条件 $\xi = 0$ で $R_i = 0$ のもとに式(8)を数値積分し ξ と R_i の関係を求める。その結果を式(6),(7)に代入すると、Δ, $\overline{B}$ と ξ の関係が得られ、$\xi = 0$ で均一噴流を含む図-3 図-4 のようになる。ここに、f_1, f_2, m_1, m_2 は、Gauss分布を用いた。また、Hは図-2 のPande[4]の実験結果を参照して $H \fallingdotseq 0.12$ とした。これは、point sourceの表面密度噴流の場合の H_{max} に相当する。[1] 図-3, 図-4には、Pande, 林[3]および我々の実験結果がプロットされている。理論と実験結果は、ξ が大きくなると多少違いが生じるがほぼ同じ傾向を示しているといえる。



図－2



図－3 噴流幅Δと流下距離ξとの関係



図－4 表面浮力$\overline{B}$と流下距離ξとの関係

[参考文献]

1) 椿・小松；三次元表面密度噴流について、 第22回水理講演会論文集 1978

2) Tamai. N, Wiegel. R. L. and Tornberg. G. F; Horizontal surface discharge of water jets, A.S.C.E October 1969

3) Hayashi. T, Shuto. N ; Diffusion of warm water jet discharged horizontally at the water surface, IAHR 1967

4) Pande B. B. Lal , N. Rajaratnan ; An experimental study of bluff buoyant turbulent surface jet Journal of Hydraulic Research 15 1977