V－15　井戸群による地下水の最適取水について

九州大学　工学部　学生員○緒方　博史
学生員　長野　益徳
正　員　神野　健二

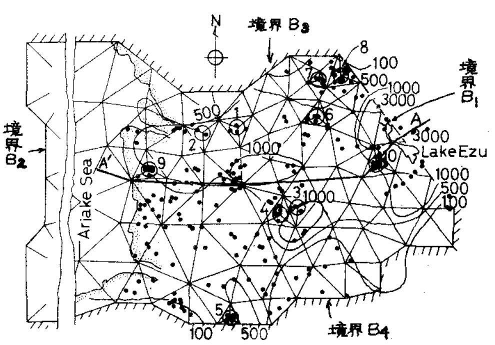
まえがき　近年、水資源の不足から、地下水の有効利用がとなえられているが、実際には、地下水の過剰揚水などにより、地盤沈下や地下水の塩水化などの地下水障害が発生している。本報では、地下水の最適取水状態を、広域的な地下水場において、地下水障害を発生させない範囲で取水量を最大にする状態と考え、線型計画法により広域地下水場の揚水量配分問題についての考え方をのべ、この適用例として熊本市の地下水調査資料をもとに、熊本市及びその周辺の地下水場を対象にした地下水の最適取水についての計算例と考察をのべるものである。対象とする地下水場を、図－１に示す。

1. 有限要素法による基礎式の離散化　本報での考え方の数学モデルによる検討はすでに、文献1)及び2)で発表しており、ここではその概略をのべる。層厚h_0の被圧帯水層についての基礎式は、$u=-k\partial h/\partial x$, $v=-k\partial h/\partial y$ −(1),(2), $h_0\partial u/\partial x+h_0\partial v/\partial y=-\sum_{m=1}^{N}Q_m\delta(x-\xi_m)\delta(y-\eta_m)-R(x,y)$ —(3)　(1)(2)(3)式より $\partial(kh_0\partial h/\partial x)/\partial x+\partial(kh_0\partial h/\partial y)/\partial y=\sum Q_m\delta(x-\xi_m)\delta(y-\eta_m)+R(x,y)$ −(4)　ただし　u, v: x,y方向の浸透流速，k：透水係数，h：水頭，Q_m：井戸番号mの取水量，δ：デルタ関数，(ξ_m,η_m)：井戸番号mの座標，$R(x,y)$：対象領域から外部への地下水漏水量，境界条件　(i)境界B_1, B_2では水頭既知で$h_{B1}=H_1$，$h_{B2}=H_2$ −(5)　(ii)境界B_3, B_4では不透水壁で $\partial h/\partial n=0$ −(6)　汎関数　$\chi=\frac{1}{2}\iint kh_0\{(\partial h/\partial x)^2+(\partial h/\partial y)^2\}dxdy+\iint Q_m\delta(x-\xi_m)\delta(y-\eta_m)dxdy+\iint R(x,y)dxdy$ −(7)、対象領域の境界及び領域の三角形要素への分割を図－１に示す

以上の式により、有限要素法による被圧地下水頭と取水量の関係を求めると、$\mathbb{A}\mathbb{h}=\mathbb{F}\mathbb{Q}+\mathbb{R}$ −(8)

2. 最適取水　(8)式の係数行列 $\mathbb{A}$, $\mathbb{F}$, 及び水頭 $\mathbb{h}$，取水量$\mathbb{Q}$を井戸，任意節点，境界に対する小行列にわけ、制御対象の井戸水頭と取水量の関係を求めると、

$$\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{11}&\mathbf{A}_{12}&\mathbf{A}_{13}\\\mathbf{A}_{21}&\mathbf{A}_{22}&\mathbf{A}_{23}\\\mathbf{A}_{31}&\mathbf{A}_{32}&\mathbf{A}_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{h}_w\\\mathbf{h}_r\\\mathbf{h}_b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{F}_{11}&\mathbf{F}_{12}&\mathbf{F}_{13}\\\mathbf{F}_{21}&\mathbf{F}_{22}&\mathbf{F}_{23}\\\mathbf{F}_{31}&\mathbf{F}_{32}&\mathbf{F}_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{Q}_w\\\mathbf{Q}_r\\\mathbf{Q}_b\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{R}_1\\\mathbf{R}_2\\\mathbf{R}_3\end{bmatrix}\quad -(9)$$



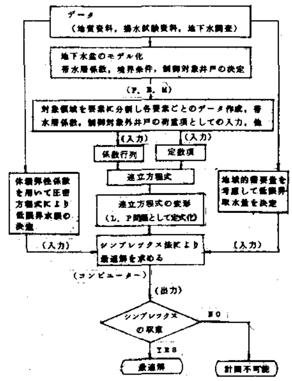
図−1　熊本西部地区
(1,2,… は井戸群番号，曲線は等透水量係数曲線でこれに記載の数値は透水量係数値（単位 m^2/day）)

ここに$\mathbb{h}_w$, $\mathbb{Q}_w$ は制御対象井戸の水頭及び取水量，$\mathbb{h}_r$, $\mathbb{Q}_r$は任意節点の水頭及び制御対象外井戸の取水量、$\mathbb{h}_b$は境界の水頭，$\mathbb{A}_{11}$, $\mathbb{F}_{11}$, …… はそれぞれ井戸、任意節点，境界に対応して係数行列を分割した小行列である。(9)式より $\mathbb{h}_r$を消去すると

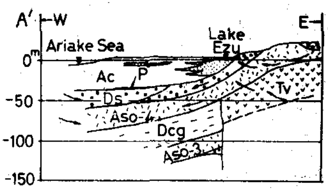
$$[\mathbb{F}_{11}-\mathbb{A}_{12}\mathbb{A}_{22}^{-1}\mathbb{F}_{21}]\mathbb{Q}_w=[\mathbb{A}_{11}-\mathbb{A}_{12}\mathbb{A}_{22}^{-1}\mathbb{A}_{21}]\mathbb{h}_w+[\mathbb{A}_{12}\mathbb{A}_{22}^{-1}\mathbb{F}_{22}-\mathbb{F}_{12}]\mathbb{Q}_r+[\mathbb{A}_{13}-\mathbb{F}_{13}+\mathbb{A}_{12}\mathbb{A}_{22}^{-1}\mathbb{F}_{23}-\mathbb{A}_{12}\mathbb{A}_{22}^{-1}\mathbb{A}_{23}]\mathbb{h}_b+[\mathbb{A}_{12}\mathbb{A}_{22}^{-1}\mathbb{R}_2-\mathbb{R}_1]\quad -(10)$$

ここで $\mathbb{Q}_r$, $\mathbb{h}_b$, $\mathbb{R}$　は既知量であるので　$\mathbb{Q}_w=\mathbb{P}\mathbb{h}_w+\mathbb{q}$ −(11) として求まる。ここで$\mathbb{P}$及び$\mathbb{q}$は，それぞれ各井戸の水頭が取水量に及ぼす影響項，境界が取水量に及ぼす影響項であり、これらは対象領域の地域固有の特性量である。いま過剰揚水により発生する水位の異常低下を防ぐため、柴崎[3]らのいう持続性揚水量を考え、これを各井戸に対する低限界取水量$\mathbb{Q}_w^*$とし、各井戸の許容最低水位を低限界水頭$\mathbb{h}_w^*$とすれば、最適取水問題は次のように定式化される。$\mathbb{h}_w\geq\mathbb{h}_w^*$　(12)，$\mathbb{Q}_w\geq\mathbb{Q}_w^*$　(13)　のもとで　$g=\sum Q_m\longrightarrow max$　(14)　を求める問題となる。さらに$\mathbb{h}_w-\mathbb{h}_w^*=\mathbb{h}_w'$　(15)とおけば　制約条件　$\mathbb{Q}_w=\mathbb{P}\mathbb{h}_w'+\mathbb{P}_0\geq\mathbb{Q}_w^*$　$(\mathbb{P}_0=\mathbb{P}\mathbb{h}_w^*+\mathbb{q})$　(16)　$\mathbb{h}_w'\geq 0$　(17)　目的関数　$g=\sum Q_m=\mathbb{U}\mathbb{h}_w'+G\longrightarrow max$　(18)　の線型計画問題となり、最適解は Simplex 法により求められる。

3．計算例（熊本市地下水盆モデル）　計算手順を、図－2に示す。データは、熊本市水道局の報告書[4]をもとにしている。同報告書によると、熊本平野低地帯において地下水の塩水化や、地盤沈下などの地下水障害の発生がみられるとされている。そこで熊本市及びその周辺において江津湖の西部を制御対象の領域とし、図－1に示す領域で制御を行なうものとした。図－3に縦断方向の地層分布図を示す。ここでDs，Aso－4，Dcg，Aso－3が取水対象地層とされている。また、これらをもとにした透水量係数（透水係数×帯水層厚さ）の分布を図-1中に等透水量係数線(曲線)として示している。次に境界条件は、同報告書をもとに、東側はDcg、Aso－3層に断層の存在する江津湖の線、西側は主取水層が海底に開口する水深40mの海上にとり、それぞれ地下水位一定として与え、南北は山地になっており、不透水壁とする。また、制御対象の井戸としては　ここでは、井戸1，3は市水道用井戸群、2は農業用水井戸群、4～6は工業用水井戸群、7，8はビル用水井戸群、9，10は養鰻場用水井戸群をそれぞれ代表する井戸として制御し、他に点在する井戸は総揚水量に対する割合も少く、制御対象外とし一定取水量を与えることにした。低限界水頭については、同報告書によると、圧密粘土層の体積圧縮係数が $8\times10^{-3}cm^2/kg$ であり、水頭低下量を9m，7m，5mとすれば、最終圧密沈下量は井戸6地点でそれぞれ28.8cm，24.7cm，16.0cmとなる。ここではこの3種の水頭低下量を低限界水頭として制御対象井戸に一律に与えた。低限界取水量については、同報告書のなかで検討された5つの揚水計画量をとった：これを表－1に示す。以上により決定された地下水盆モデルに対する最適制御問題を1，2の理論より計算すると、地域固有の係数行列$\mathbb{P}$は表－2となり、各低限界に対する$\mathbb{P}_o$の値は表－3となる。また目的関数中の$\mathbb{U}$，Gの値はそれぞれ表2，3となる。ここでGの値は、各井戸に対する制約である低限界取水量がない場合で、この領域全体から低限界水頭内で揚水できる最大可能総取水量を示していて、この状態での取水量配分は、表－3の$\mathbb{P}_o$で示される。次いで低限界取水量の制約のもとで最適解をSimplex法で求めた結果は表－4となり、Case 2，3では3種の低限界水頭のどの場合でも、その計画取水量（低限界取水量）では井戸水頭が低限界水頭以上に低下する井戸が生じ、計画不可能となり、Case1では、低限界水頭が－5mでは可能であるが、－3m，－1mでは不可能となる。また、総取水量ΣQ_mから、Case 1，4，5を比較すると，Case 5の場合がこの領域全体としての最も有利な計画といえよう。



図－2



図－3
（この断面A-A′の位置を図-1に示す）

表－1　低限界取水量 Q_w^*　（単位　万 m^3/day）

case＼井戸	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2.0	2.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.5	1.5	1.5	1.5
2	3.6	1.3	3.0	1.8	1.8	1.8	2.1	2.1	2.1	2.1
3	3.0	1.3	2.8	0.9	0.9	0.9	1.5	1.5	1.5	1.5
4	3.0	0.6	2.8	0.5	0.5	0.5	0.8	0.8	0.8	0.8
5	1.8	0.6	1.0	0.27	0.27	0.27	0.6	0.6	0.6	0.6

表－2　P，U　（単位　m^2/day）

井戸 I＼井戸 J	P									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-1640.0	752.0	193.0	159.0	17.4	254.0	41.7	4.9	110.0	33.5
2	752.0	-1390.0	54.0	68.3	24.9	34.9	4.5	0.5	408.0	7.0
3	193.0	54.4	-2590.0	1540.0	53.0	177.0	9.2	1.7	38.4	245.0
4	159.0	68.3	1540.0	-2200.0	137.0	74.4	4.6	0.7	71.4	54.6
5	17.4	24.9	53.0	137.0	-324.0	3.5	0.3	0.03	58.1	4.0
6	254.0	34.9	177.0	74.4	3.5	-1550.0	249.0	115.0	15.1	140.0
7	41.7	4.5	9.2	4.6	0.3	249.0	-835.0	194.0	1.4	7.5
8	4.9	0.5	1.7	0.7	0.03	115.0	194.0	-1090.0	0.2	3.4
9	110.0	408.0	38.4	71.4	58.1	15.1	1.4	0.2	-773.0	4.1
10	33.5	7.0	245.0	54.6	4.0	140.0	7.5	3.4	4.1	-3540.0
U	-74.5	-35.5	-278.7	-90.0	-25.8	-497.1	-322.8	-769.6	-66.3	-3040.0

表－3　P_o　（単位　万 m^3/day）

h_w^*＼井戸	P_o										G
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
-5m	1.94	1.74	1.37	1.03	0.92	1.76	1.78	2.16	1.38	4.61	18.69
-3	1.92	1.73	1.31	1.01	0.91	1.67	1.72	2.01	1.37	4.00	17.65
-1	1.91	1.72	1.26	0.99	0.91	1.57	1.65	1.86	1.36	3.39	16.62

表－4　最適取水量 Q_m 算定結果　（単位　万 m^3/day）

h_w^*	case＼井戸	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ΣQ_m
-5m	1	2.00	2.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.50	2.38	1.50	2.00	15.38
	2	計画不可能										
	3	〃										
	4	3.00	0.60	2.80	0.50	0.50	0.50	2.03	2.29	0.80	4.83	17.85
	5	1.94	1.74	1.37	1.03	0.92	1.76	1.78	2.16	1.88	4.61	18.69
-3m	1	計画不可能										
	2	〃										
	3	〃										
	4	3.00	0.60	2.80	0.50	0.50	0.50	1.04	2.38	0.80	4.25	16.37
	5	1.92	1.73	1.31	1.01	0.91	1.67	1.72	2.01	1.37	4.00	17.65
-1m	1	計画不可能										
	2	〃										
	3	〃										
	4	3.00	0.60	2.80	0.50	0.50	0.50	0.80	2.26	0.80	2.67	14.43
	5	1.91	1.72	1.26	0.99	0.91	1.57	1.65	1.86	1.36	3.39	16.62

参考文献　1）神野，長野「井戸群による被圧地下水域の最適取水について」，九大工学集報　2）上田，神野，長野「井戸群による地下水の最適取水について」，水資源に関するシンポジウム前刷集　3）水収支研究グループ　柴崎達雄編「地下水盆の管理」　東海大学出版会　4）「熊本平野低地帯の地下水事情」熊本市水道局　昭和50年11月