

九州大学工学部 正員 粟谷陽一
九州工業大学 正員 ○藤崎一裕

1. まえがき

横流式沈殿池における乱流拡散は、偏流、洗堀、密度流などとともに、除去率に大きな影響を与える要因であるが、池内の乱れの構造にまで立ち入った理論は少なく、一様乱流としての取扱いが発表されている段階である。本報では、池内の流れを2次元等流で近似し、混合距離の理論を用いた場合の濁度分布及び除去率に関して考察した。

2. 2次元等流場における沈降に関する基礎式

図1のように座標軸ととり、池内の流れを2次元等流で表わして対数分布と仮定すると

$$\frac{u}{u_*} = A + \frac{1}{K} \ln \frac{u_* y}{\nu} = \frac{1}{K} \ln \frac{y}{y_0} \quad \text{----- (1)}$$

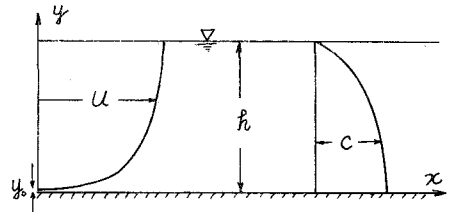


図 1

となる。ここに $u_* = \sqrt{\tau_0 / \rho}$: 摩擦速度, K : Kármánの定数,

y_0 : $u = 0$ となる池底からの距離である。一方懸濁粒子の保存の式は (2) 式で表わされる。

$$u \frac{\partial C}{\partial x} - w_0 \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (D_t \frac{\partial C}{\partial y}) \quad \text{----- (2)}, \quad D_t = \beta \epsilon_t = \beta \kappa u_* y (1 - \frac{y}{h}) \quad \text{----- (3)}$$

拡散係数 D_t には (3) 式の仮定を用いる。 C : 平均濃度, w_0 : 粒子の沈降速度, ϵ : 渦動粘性係数であり $\beta = 1$ とした。境界条件としては、底面からの再浮上は考慮しないものとして、以下の式を用いた。

$$C = C_0, (x=0, 0 \leq y \leq h) \quad \text{--- (4.1)}, \quad w_0 C + D_t \frac{\partial C}{\partial y} = 0, (x > 0, y = h) \quad \text{--- (4.2)}, \quad \frac{\partial C}{\partial y} = 0, (x > 0, y = y_0) \quad \text{--- (4.3)}$$

(1), (3) 式を (2) 式に代入し、無次元化して整理すると (5) 式となり

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{x}} = \frac{\kappa^2}{\ln(y_0/\bar{y})} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left\{ Z \bar{C} + \bar{y} (1 - \bar{y}) \frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{y}} \right\} \quad \text{----- (5)}, \quad Z = \frac{w_0}{\kappa u_*}, \quad \bar{y}_0 = \frac{y_0}{h}, \quad \bar{x} = \frac{x}{h}, \quad \bar{y} = \frac{y}{h} \quad \text{--- (6)}$$

現象は \bar{y}_0 , Z により支配されることになる。

変数分離法により (5) 式の解を求める。分離定数と $-\lambda_{n\kappa}$ とおくと次式がえられる。 ($\bar{C} = f(\bar{x}) \cdot g(\bar{y})$)

$$f(\bar{x}) / f(\bar{x}) = -\lambda_{n\kappa}, \quad f(\bar{x}) = f(0) \cdot \exp(-\lambda_{n\kappa} \bar{x}) \quad \text{----- (7)}$$

$$\bar{y} (1 - \bar{y}) \cdot g''(\bar{y}) + (Z + 1 - 2\bar{y}) g'(\bar{y}) + \frac{\lambda_{n\kappa}}{\kappa^2} \ln(\frac{\bar{y}}{\bar{y}_0}) \cdot g(\bar{y}) = 0 \quad \text{----- (8)}$$

与えられた境界条件を満足する (8) 式の解は、前報の²⁾ように級数展開法でも検討することができるが、今回は高次の固有値及び固有関数をも求めることを考えて、(8) 式と境界条件とを差分表示して、大型計算機のライブラリーを用いて計算した。実係数非対称行列の固有値は2段QR法により、また固有ベクトルはガウスの消去法により求められている。

3. 濁度分布および除去率

図2.1 ~ 2.3 に固有関数を示す。図はいつでも $Re = 30,000$ ($\bar{y}_0 = 0.000226$) の場合で、 $\bar{y} \leq \bar{y} \leq 1$ の区間を40 ~ 50等分して計算した。 Z の値が大きくなるにつれて、 $\bar{y} = 1$ の近くでの関数値の相対的な変化が小さくなっている。また、0次の固有関数は沈殿池下流部での濁度分布形に対応する。

これらの固有関数を用いると、池内の濁度分布 $\bar{C}(\bar{x}, \bar{y})$ は (9) 式で与えられる。(図3.1, 3.2)

$$\bar{C}(\bar{x}, \bar{y}) = \sum_n C_n \exp(-\lambda_{n\kappa} \bar{x}) q_n(\bar{y}), \quad (q_n(\bar{y}): n\text{次の固有関数}) \quad \text{----- (9)}$$

図 2.1

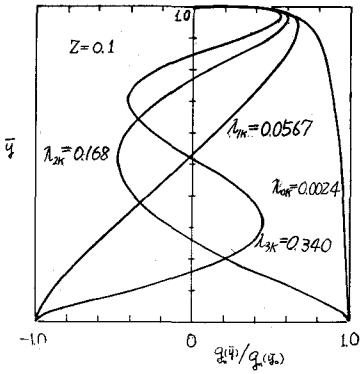


図 2.2

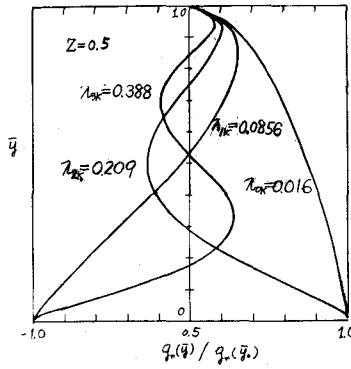


図 2.3

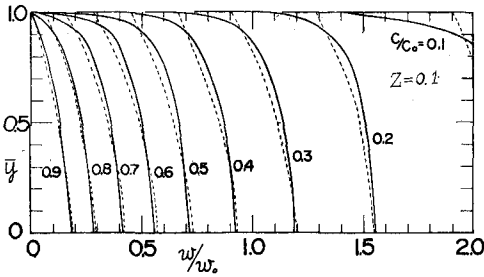
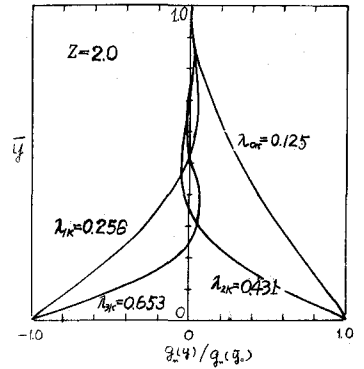


図 3.1

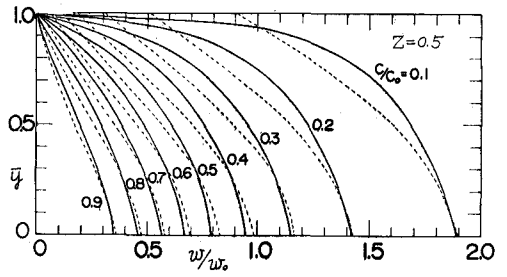


図 3.2

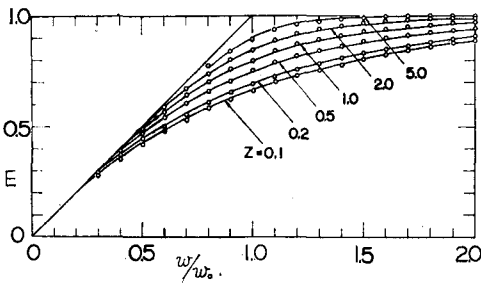


図 4

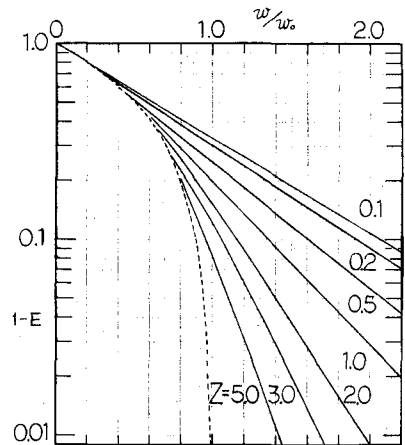


図 5

ただし
$$C_n = \frac{\int_{\bar{y}}^1 \gamma(\bar{q}) q_n(\bar{q}) d\bar{q}}{\int_{\bar{y}}^1 \gamma(\bar{q}) |q_n(\bar{q})|^2 d\bar{q}}$$

$$\gamma(\bar{q}) = \left\{ \frac{\bar{q}}{1-\bar{q}} \right\}^2 \ln \left(\frac{\bar{q}}{1-\bar{q}} \right)$$

除去率 E は次の (10) 式で求めた。(図 4)

$$E = 1 - \frac{\int_{\bar{y}}^1 u_c c dy}{\int_{\bar{y}}^1 u_c c_0 dy} \quad \text{----- (10)}$$

$$\frac{w}{w_0} = \bar{x} \cdot \frac{w}{u_m} = \frac{Z \cdot K \cdot u_m}{u_m / \kappa \cdot \ln(1/\bar{y} - 1)} \quad \text{----- (11)}$$

図 3.1, 3.2 中の破線および図 4 中の・は一様乱流の場合の値を示す。これらの図から Z が小さくなるにつれて、除去率が低下する様子を知ることができる。なお、流下方向座標には x の代わりに (11) 式の w/w_0 を用いた。 w_0 は over flow rate である。図 4 の除去率は、下の式で近似できる。(図 5)

$$E = 1 - A \cdot \exp(-B), \quad A = 1.0 + 0.3Z^2 \quad B = 1.0 + 0.95Z \quad \text{----- (12)}$$

参考文献: 1) 土木学会編, 水理公式集, p.415

2) 栗谷 藤崎: 西部支那講演集 昭和 51 年秋, p.221.