

九州大学 工学部 学生員 長野 紳一郎

正員 神野 健二

正員 上田 年比古

まえがき

これまで多くの研究者が、ろ過工程を数学的に表現しようと試みてきたが、懸濁物除去の諸機構が複雑で未だ有用な数学的表現を見出すには至っていない。これは懸濁粒子の移動、抑留の機構が十分把握されていないことが原因の一つといえよう。本報では、ろ過の進行と流れの場との相互関係を調べるため、図-1に示すように二枚の板に砂粒子をはりつけの間に懸濁物質を流し、この平行板モデルによるフロック抑留機構の解析と実験を行なった。

1. 基礎式

まず水流については、連続の式： $\frac{\partial}{\partial y}(\bar{v} \cdot \delta) = 0 \dots\dots\dots (1)$

運動方程式：平行板間の層流の式から $\bar{v} = \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot (x^2 - \frac{\delta^2}{2}) \dots\dots\dots (2)$

したがって $\bar{v} = -\frac{1}{2\mu} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot \delta^2 \dots\dots\dots (3)$ ここに $\bar{v}$: y 方向の実流速, δ : 流路幅

$\bar{v}$: y 方向の平均流速, $\bar{v} = \frac{1}{\delta} \int_{-\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta}{2}} v dx$ μ : 水の粘性係数, $\varphi = p - \rho_f \cdot g \cdot y \dots\dots\dots (4)$

p : 動水圧, ρ_f : 水の密度, g : 重力加速度。

次にろ過方程式について考える。水質の連続の式：数理生態学における出生死滅過程の考え方¹⁾より, $\frac{dC}{dt} = -\lambda \cdot C = -\lambda \cdot (1 + \beta_1 \alpha) \cdot (1 - \beta_2 \alpha) \cdot C \dots\dots\dots (5)$ とする。

また物質収支の式： $(1 - f_0) \cdot \frac{dC}{dt} = -\frac{dC}{dt} \dots\dots\dots (6)$ ここに C : 懸濁物体積濃度, λ : ろ過効率, λ_0 : 初期ろ過効率, α : 比堆積量 (3層の単位体積当りの抑留堆積量), β_1, β_2 : 定数, f_0 : 砂面に堆積した抑留物の空隙率, $\lambda \cdot (1 + \beta_1 \alpha)$ は、懸濁粒子の抑留の進行につれてろ過効率が増加することを示す項で、平行板モデルでは、Interception効果によるものと考えられる。Interception効果とは、 Y_{a0} ²⁾らがのべているように図-2に示す材粒子から懸濁粒子の半径内の距離に運ばれてくる懸濁粒子はすべて抑留されるという考え方による抑留効果である。したがって平行板によるろ過では、 $\lambda \cdot (1 + \beta_1 \alpha) = 2 \cdot \frac{Q_0}{\delta_0} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \int_{-\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta}{2}} v \cdot C \cdot dx = \frac{1}{\delta_0} \cdot (\frac{Q_0}{\delta} \cdot (3 - 2\frac{Q_0}{\delta})) \cdot \bar{v} \dots\dots\dots (7)$ のとおける。ここに Q_0 : 砂粒子の平均径, Q_0 : 懸濁粒子の半径。次に(5)式の $(1 - \beta_2 \alpha)$ は、懸濁粒子の抑留の進行に伴ない流路幅 δ がせまることによつて抑留物質に作用するせん断力増加による付着効率の減少効果と考えられる。したがってここでは、 $(1 - \beta_2 \alpha) = 1 - \frac{\tau - \tau_0}{\tau_c - \tau_0} \dots\dots\dots (8)$ とおくことにする。ここで τ は、懸濁粒子の抑留が飽和に達した時に抑留物質に作用する限界せん断力

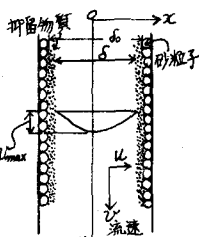


図-1 平行板モデル (断面図)

あり、 τ は抑留が進行し流路幅 δ になったある時刻の抑留物質に働くせん断力とする。Interception効果

次に流路幅に関する式： $\delta = \delta_0 \cdot (1 - \alpha) \dots\dots\dots (9)$ $\delta_c = \delta_0 \cdot (1 - \alpha_c) \dots\dots\dots (10)$ δ_0 : 懸濁粒子が抑留

されていない初期流路幅, α_c : 限界比堆積量, δ_c : 抑留が飽和に達した時の限界流路幅。次に(9)式の τ は、

0), (2), (3)式より $\tau = \mu \cdot (\frac{\partial v}{\partial x})_{x=\frac{\delta}{2}} = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot \frac{\delta}{2} = 6\mu \frac{\bar{v} \delta}{\delta^2} \dots\dots\dots (11)$ いま $\bar{v} \cdot \delta = \text{const.}$ とすれば

$\tau \propto \frac{1}{\delta^2} \dots\dots\dots (12)$ したがって $\frac{\tau - \tau_0}{\tau_c - \tau_0} = (\frac{\delta_c}{\delta})^2 \cdot \frac{\delta_c^2 - \delta_0^2}{\delta_0^2 - \delta_0^2} \dots\dots\dots (13)$

したがって(5)式は(9), (10), (13)式を用いて

$\frac{dC}{dt} = -\frac{1}{\delta_0} \cdot (\frac{Q_0}{\delta})^2 \cdot (3 - 2\frac{Q_0}{\delta}) \cdot \bar{v} \cdot (1 - \frac{\tau - \tau_0}{\tau_c - \tau_0}) \cdot C = -\frac{1}{\delta_0} \cdot (\frac{Q_0}{\delta})^2 \cdot (3 - 2\frac{Q_0}{\delta}) \cdot \bar{v} \cdot (1 - (\frac{\delta_c}{\delta})^2 \cdot \frac{\delta_c^2 - \delta_0^2}{\delta_0^2 - \delta_0^2}) \cdot C \dots\dots\dots (14)$

時刻 t , 場所 y の C , α の計算は、まず実験により α_c を求め、初期条件として $\alpha = 0$ から出発して、(9)式から δ , (11)式から τ , (13)式から φ , (10)式から δ_c , (12)式から C , (14)式から α が算定される。

2. 実験装置と方法

実験用ろ過筒は図-3のように、長方形断面 (0.5cm x 10cm), 高さ 1.3m のアクリル製の筒を用いた。ろ材には

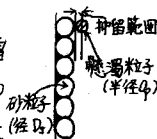


図-2

フルイ目 0.84~1.0mm 間の砂ろ材を用い、それを断面の内側に長さ 1.0m にわたってはりつけた。フロックは学内水道水にオオリン 50ppm、硫酸バンド 15ppm、アルギン酸ソーダ 0.4ppm を添加し急速攪拌で形成させ、ろ過筒に入流させた。流入フロック径約 60 μ であった。ろ過速度はバルブ(V)により変化させた。採水したろ過水の濁度測定には積分球式濁度計を用いた。ろ過時の水温は 12~13℃であった。

3. 実験結果と考察

実験は λ を求めるため 10 分毎に図-3 に示す 5ヶ所から採水し濁度測定を行ない、この結果より $f_0 = 0.8$ として式(6)からの λ を求め、また式(6)の $\frac{dc}{dx} = -\lambda \cdot C$ から λ を求めると、 $Q = 9 \frac{cm^3}{sec}$ における λ と λ の関係は図-4 となる。いまこの実験値の直線延長線上から $\lambda = 0$ となる c_c を求めると $c_c = 0.023$ となる。

したがって、このとき砂粒子の平均径を 0.092cm とすると $\delta_0 = 0.316cm$ となり、式(6)から $\delta_c = 0.309cm$ となる。この実験結果をもとに数値計算を行なうと $C_x = 9\%$ 。 C_0 : 流入濁度濃度としてろ過開始 40 分後の実験値と計算値を比較して図-5 をうる。この図から実験値と計算値はほぼ一致しており、したがって概算で求めた λ はほぼ妥当であると考えられる。しかし図-4 からわかるように、 $\lambda = 0$ 付近の実験値がないため c_c の値は不明確であり、さらに実験時間を長くして検討する必要がある。図-4 によると λ は c の増加につれて初期から減少する関数となっている。

一般に入は式(6)からも想定できるように抑留の増加とともに初めは増加し、抑留がある程度進行するとせん断力の影響により減少するといわれていて、図-4 はこれと相違している。これについては本実験では、平行板間隔 $\delta_0 = 0.316cm$ で砂層間隔がかなり大きい場合をとっていることになり λ の増加に寄与する Interception 効果が小さく、またろ速が大きいため減少を示す項 $(1 - \frac{c-c_0}{c_c-c_0})$ の影響が強く、したがって Interception 効果を打消して当初から λ が減少する結果になったものと考えられる。以上のように、本報では実験により限界比堆積量の c_c を概算しその値を用いて基礎式の解析の可能性を検討することを目的としたため、ろ速を変化させての実験数が不足している。今後はろ速を変化させた実験を行なうとともに、攪拌条件、フロック径さらにまた砂層間隔 δ_0 を変化させての実験を行ない、限界比堆積量のろ速との関係を求めることにより、限界せん断力 τ_c を検討することが必要であろう。また平行板にはりつけた砂粒子径 D_s を変えたときに、抑留形態が変化して正しい解が得られるかどうかを調べることも必要と考える。

参考文献

- 1) E.C. Pielou (合田周平/藤村貞夫訳): "数理生態学" 産業図書
- 2) Kuan-Mu Yao: "Influence of suspended particle size on the transport aspect of waste filtration" Ph.D. Thesis, University of North Carolina at Chapel Hill, 1968

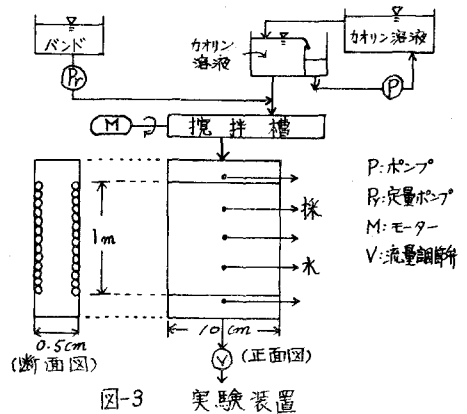


図-3 実験装置

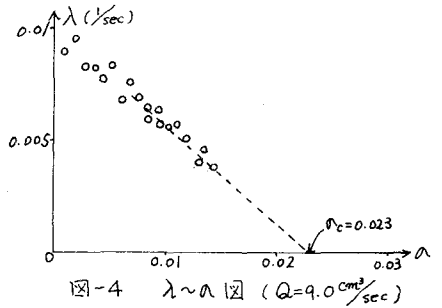


図-4 $\lambda \sim c$ の図 ($Q = 9.0 \frac{cm^3}{sec}$)

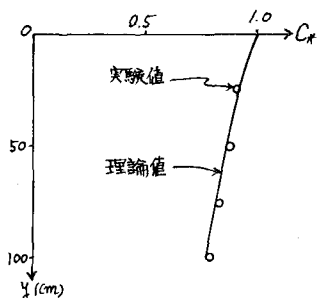


図-5 $t = 40$ 分の $C_x \sim y$ の図