I－21　　I形桁の全応力最適化設計に関する研究

長崎大学工学部　○正 員　小西保則
長崎大学工学部　　学生員　馬場敏明

1．まえがき

構造物が長大化し，複雑になると変数・制約条件式共にその数は多くなる。そこでSuboptimizationによるなどして，変数・制約条件式を減ずる必要が生じてくる。本研究では，静定構造物の場合はFully Stressed Designが最適値となるので，各部材断面についてはFully Stressed Designによって断面を決定し，全体にわたって共通の変数については全体の最適設計を行なった。設計例として，2断面の道路橋I形断面について最適設計を行った。最適設計の手法としてはDavidon－Fletcher－PowellによるSUMT法を用いた。またこの手法によればI形断面だけでなくトラス等の複雑な構造物にも適用できる。

2．最適設計手法

構造物の最適設計にはSLP法，SUMT法などが用いられる。SLP法は最適解への収束が良好であるが，Move Limitを設ける必要があり制約条件式が増加する。また制約条件式，目的関数の微係数を求める必要があり，かつ複雑な構造物であると微分演算が困難になる。これに対して，SUMT法はMove limitを設ける必要がなく，また微分演算は，SUMT法の場合探索の方向も求めるもので，数値微分でもあまり問題はない。かつ制約条件のない場合の最適化の手法としてDavidon－Fletcher－Powellの提案した手法[1]が現在最も有力な方法とされている。これは変数の多い場合は不利とされているが，Suboptimizationを行えば変数を減ずることができる。Suboptimizationの方法としては，変数をある1つの断面要素のみの変数$\boldsymbol{x}$と構造物全体に共通な変数$\boldsymbol{y}$に分ける。先ず$\boldsymbol{x}$について一定の$\boldsymbol{y}$の値に対して，Fully Stressed Designにより最適な$\boldsymbol{x}$を求め，$\boldsymbol{x}$を$\boldsymbol{y}$の関数として表す。これを用いて構造物全体の制約条件式と目的関数を$\boldsymbol{y}$の関数として表す。この制約条件式，目的関数を用いてSUMT法により最適設計を行い最適値を求めた。

3．I形ばりのSuboptimization（Fully Stressed Design）による最適設計例について，

(1) まえがき　Suboptimization（Fully Stressed Design）によるI形ばりの最適設計例として，道路橋のI形げたについてのべる。使用鋼種は41キロ鋼とし，上フランジプレートは床版で支持されているので，上下フランジプレート共許容応力は$\sigma_a = 1400\,\mathrm{kg/cm^2}$とし，上下フランジプレートは同一断面とした。設計変数はフランジプレート板厚および幅T_1，T_2，B_1，B_2，ウエブプレート板厚および高さT_w，B_w，断面変化は2として断面変化までの距離C_eの7つとした。

(2) I形ばりの最適設計　設計条件は次の通りである。(a)橋格および荷重：1等橋（TL－20）　(b)形式：単純I形げた。(c)支間：2000^{cm}，2500^{cm}，3000^{cm}，3500^{cm}，4000^{cm}，の5種。(d)幅員：700^{cm}（歩道なし）(e)床版：鉄筋コンクリート，23^{cm}厚　(f)舗装：アスファルト，5^{cm}厚　(g)適用示方書：道路橋示方書[2]

設計変数の内$\boldsymbol{x}$に属するものはT_w，B_1，T_1，B_2，T_2とする。$\boldsymbol{y}$に属するものはB_w，C_eとする。B_w，C_eの上限値をPU(1)，PU(2)，下限値をPL(1)，PL(2)とし，無次元化して$y_1 = B_w/PU(1)$，$y_2 = C_e/PU(2)$とした。

B_w，C_eを仮定して，これよりFully Stressed DesignによってT_w，B_1，T_1，B_2，T_2をB_w，C_eの関数として表した。曲げモーメントは放物線と仮定した。主げたは3本主げたとし，外げたについて単純げたとして計算した。そこで変数はB_w，C_eの2個となり，制約条件式，目的関数をB_w，C_eの関数として示すこ

とが出来る。

制約条件式は応力の制限，たわみの制限，断面寸法の上下限制限とする。

以上により B_w，C_e を変数とし，上記の制限を制約条件式として，けたの Volume を目的関数として，SUMT法（Davidon－Fletcher－Powell－method）により全体の最適設計を行って最適値を求めた。

(3) 最適設計結果の考察　α（＝支間／けた高）を 13.0，15.0，17.0 と変えて計算し，同じ最適値になるかどうか調査した結果ほとんど変らなかった。その結果，求まった最適値は全体的最適値と思われる。

最適設計の結果，$\alpha^\circ = 15$，$C_e^\circ/\ell = 0.1667$ の場合の 2000^{cm}，2500^{cm}，3000^{cm}，3500^{cm}，4000^{cm} の支間について，また支間 3000^{cm} において $\alpha^\circ = 13$，17 で $C_e^\circ/\ell = 0.1667$，$\alpha^\circ = 15$ で $C_e^\circ/\ell = 0.2$ と初期値を変えた場合，通常の方法の場合の最適値の比較表を表－1に示す。また支間 3000^{cm}，$\alpha^\circ = 15$，$C_e^\circ/\ell = 0.1667$ の場合，RK（罰金関数の罰金項の係数）を 1.0，0.02 と小さくした場合の回数K＝2で，RK＝0.02 の時くり返し1回の探索で収束したが，変数，罰金関数，目的関数の値の収束状況を表－2に示す。

表－1 最適値の比較表

ℓ (cm)	α°	C_ℓ°/ℓ	B_W (cm)	C_ℓ (cm)	T_W (cm)	B_1 (cm)	T_1 (cm)	B_2 (cm)	T_2 (cm)	F ×10⁶ (cm³)	Z ×10⁶ (cm³)	$\alpha = \ell/B_W$	C_ℓ/ℓ
2000	15	0.1667	151.5	329.8	0.996	48.60	1.869	31.84	1.225	0.59684	0.59684	13.2	0.1649
2500	15	0.1667	172.7	412.5	1.136	55.57	2.137	36.47	1.403	0.97269	0.97269	14.5	0.1650
3000	15	0.1667	192.6	500.9	1.267	62.05	2.387	41.05	1.579	1.45392	1.45392	15.6	0.1670
3500	15	0.1667	211.8	575.8	1.394	68.27	2.626	44.73	1.720	2.05227	2.05227	16.5	0.1645
4000	15	0.1667	230.6	673.2	1.517	74.26	2.856	49.37	1.899	2.77741	2.77741	17.3	0.1683
3000	13	0.1667	192.6	499.9	1.267	62.06	2.387	41.01	1.577	1.45391	1.45391	15.6	0.1666
3000	17	0.1667	192.7	507.9	1.268	62.04	2.386	41.40	1.592	1.45399	1.45399	15.6	0.1693
3000	15	0.2000	193.6	493.7	1.274	61.77	2.376	40.35	1.552	1.45394	1.45394	15.5	0.1646
3000*	15	0.1667	195.2	503.7	1.284	61.19	2.353	40.26	1.548	1.45152	1.45152	15.4	0.1679

註 (1) α°，C_ℓ° は α，C_ℓ の初期値を示す

(2) *印は通常の方法の場合を示す

(3) 許容応力 $\sigma_a = 1400\,\mathrm{kg/cm^2}$ とする

結果の考察として(a)表－2によると収束状態は良好であり，且つ少ないくり返し回数で収束した。(b)変数として T_1，T_2，B_w，C_e の4変数とし，$B_1 = 26T_1$，$B_2 = 26T_2$，$T_w = B_w/152$ とした場合，同じ設計条件で，通常の方法により最適設計を行ったが，最適値はほとんど変らず，また通常の方法の場合はけた落ちのため倍精度で計算しなければならなかったのに対してこの方法では単精度の計算で十分であった。(c)また通常の方法で求めた最適値と比較した場合ほとんど変らない。ただ通常の方法は中央の断面において許容応力と実応力の差が0に近いのに対して，本方法によると少し余裕があり，したがって目的関数の値が通常の方法によるより少し大きい。(d)今後の問題点として，鋼種も変数とし，目的関数には材料費，製作費を含んだコストとし Fully Stressed Optimum Design を行う必要がある。(e)また Suboptimization として，各断面要素について変数をある1つの断面要素のみの変数 x について最適設計を行い，全体に関係した変数 y の関数として表し，制約条件式，目的関数を y のみの関数として最適設計を行う必要がある。

表－2 支間 30m の収束状況の表

K	IS	B_W (cm)	C_ℓ (cm)	T_W (cm)	B_1 (cm)	T_1 (cm)	B_2 (cm)	T_2 (cm)	F ×10⁶ (cm³)	Z ×10⁶ (cm³)	R_K
1	0	200.0	500.1	1.32	59.9	2.30	38.7	1.49	1.456	1.456	1.0
	1	190.8	500.1	1.26	62.6	2.41	41.4	1.59	1.453	1.453	1.0
	2	190.8	500.9	1.26	62.6	2.41	41.4	1.59	1.453	1.453	1.0
2	1	192.6	500.9	1.27	62.1	2.39	41.0	1.58	1.454	1.454	0.02

4. 結論

構造物が複雑になると変数，制約条件式が多くなり，コストを目的関数とすると変数を省略することは出来なくなる故，Suboptimization によるなどして変数，制約条件式を減ずる必要がある。

本研究では，その1つの方法として Fully Stressed Design により，最も簡単な2断面のI形けたについて，フランジプレートの幅B，厚さTをウエブプレートの高さ B_w，断面継手の位置 C_e の関数として表わし，またウエブプレート厚 T_w はウエブプレート高の 1/152 として，変数を B_w，C_e の2個，制約条件式を7個として最適設計を行った結果，十分実用性があり計算の費用もCPUが通常の方法にくらべて約半分となりかなり安価でかつ収束性も良いことが確認された。

さらに，トラス，連続けたなどの複雑な構造物を対象とし，全工場製作費を目的関数とし，各断面要素について Suboptimization を行って後全体の最適設計を行うことが可能である。

参考文献：DJ.ユワリック，M.R.オスボーン共著，山本善之，小山健夫共訳"非線形最適化問題"，培風館，PP11－19，PP53－57，1970。 2)日本道路協会，"道路橋示方書・同解説"，丸善，1973。