

長崎大学工学部 正員 岡林 隆敏
学生員 中井 一彦
学生員 鏡 修道

1. はじめに 別報⁽¹⁾では、不規則路面凹凸上を走行する車両による橋梁の振動と、橋梁-車両-路面系の確率微分方程式で表現し、N 台の車両が走行する場合の、二乗平均応答解析の誘導過程について述べた。また、不規則路面凹凸の基本仮定についても触れた。本報は、別報で示した一般式の適用例として、同一形式の2台の車両が、一定の車間距離を保って走行する場合の橋梁の二乗平均応答解析法について検討したものである。1台の車両による応答については、既に発表した⁽²⁾。2台の車両による橋梁の応答は、車両それぞれによる応答と、各車両による応答間の相関項によって表される。従って、本研究では、この相関項の処理に重点が置かれる。

ここでは、2台の走行車両による橋梁の応答解析を、実際の道路橋に適用して、車間距離を変化させた場合の相関項の及ぼす影響について検討した。本解法と対応するシミュレーションと比較すると、両者は、良好な一致を示し、本解法の妥当性が実証できた。

2. N 台の走行車両による橋梁の非定常応答解析 橋梁の x 点の t 時刻の変位は、n 次の基準関数 $\phi_n(x)$ と基準座標 $g_n(t)$ より、 $y(x,t) = \sum_{n=1}^n \phi_n(x) g_n(t)$ (1) となるが、橋梁を 1 自由度系と仮定すると、橋梁-車両-路面系の運動方程式は、伊藤型の確率微分方程式で表現できる。 $\dot{X}(t) = A(t)X(t) + W(t)$ (2) ここで、 $X(t)$ を、橋梁系 $Y(t) = \{g_1, g_2\}^T$ と車両-路面系 $Z(t) = \{z_1, z_2, z_3\}^T$ の連成系と考えると、 $A(t)$ と $W(t)$ および $X(t)$ の共分散は、次式のように分割される。そこで、橋梁系 $Y(t)$ の共分散は、下記の共分散方程式より得られる。

$$A(t) = \begin{bmatrix} A_{Y(t)} & A_{YZ(t)} \\ A_{ZY(t)} & A_Z(t) \end{bmatrix} \quad (3) \quad E[W(t)W(t)^T] = \begin{bmatrix} Q_Y(t) & Q_{YZ}(t) \\ Q_{ZY}(t) & Q_Z(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{R}_Y(t) &= A_Y(t)R_Y(t) + A_{YZ}(t)R_{ZY}(t) + R_Y(t)A_Y(t)^T + R_{YZ}(t)A_{YZ}(t)^T + Q_Y(t) \\ \dot{R}_{YZ}(t) &= A_Y(t)R_{YZ}(t) + A_{YZ}(t)R_Z(t) + R_Y(t)A_{YZ}(t)^T + R_{YZ}(t)A_Z(t)^T + Q_{YZ}(t) \\ \dot{R}_Z(t) &= A_{ZY}(t)R_{YZ}(t) + A_Z(t)R_Z(t) + R_{ZY}(t)A_{ZY}(t)^T + R_Z(t)A_Z(t)^T + Q_Z(t) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

初期条件 $A_Z R_Z + R_Z A_Z^T + Q_Z = 0 \quad R_Y = 0 \quad R_{YZ} = 0$

ここで、車両と橋梁の連成効果を無視した場合、即ち、 $R_Z(t) = 0$ を非連成と称する。基礎理論より、同一形式の車両が、 τ 時間の間隔で走行する $X(t)$ の共分散応答 $R_X(t) = E[X(t)X(t)^T]$ は、次式で与えられる。

$$R_X(t) = R_{X_1}(t) + R_{X_1}(t-\tau) + E[X_1(t)X_1(t-\tau)^T] + E[X_1(t-\tau)X_1(t)^T] \quad (6)$$

1 台目と 2 台目の車両による応答の相関関数は、状態遷移行列を用いて表されるので、(6)式は改めて(7)式となる。

$$R_X(t) = R_{X_1}(t) + R_{X_1}(t-\tau) + \Phi_X(t, t-\tau) R_{X_1}(t-\tau) + R_{X_1}(t-\tau)^T \Phi_X^T(t, t-\tau) \quad (7)$$

状態遷移行列 $\Phi_X(t, t-\tau)$ は、分割されて、 $R_Y(t)$ は次式となる。

$$\Phi_X(t, t-\tau) = \begin{bmatrix} \Phi_Y(t, t-\tau) & \Phi_{YZ}(t, t-\tau) \\ \Phi_{ZY}(t, t-\tau) & \Phi_Z(t, t-\tau) \end{bmatrix} \quad (8) \quad \begin{aligned} R_Y(t) &= R_Y(t) + R_Y(t-\tau) + \Phi_Y(t, t-\tau) R_Y(t-\tau) + \Phi_{YZ}(t, t-\tau) R_{YZ}(t-\tau) \\ &+ R_Y(t-\tau)^T \Phi_Y^T(t, t-\tau) + R_{YZ}(t-\tau)^T \Phi_{YZ}^T(t, t-\tau) \end{aligned} \quad (9)$$

従って、 $R_Y(t)$ の応答解析は、1 台の車両による共分散応答解析と状態遷移行列の解析に帰着する。状態遷移行列 $\Phi_X(t, t-\tau)$ は、 $\dot{X}(t) = A(t)X(t) \quad X(t-\tau) = \Pi$ より計算することが出来る。

特別の場合として、車両間の相関を無視すると、 $R_Y(t) = R_{Y_1}(t) + R_{Y_1}(t-\tau) \quad (10)$ となる。

3. 路面凹凸波形の合成とシミュレーション 本解法の妥当性は、シミュレーションにより検証する。路面凹凸パワースペクトル密度は、 $S_g(\omega) = (2\pi)^{-1} \sigma_a / \omega^2 \quad (11)$ で表される。ここで、 v は走行速度。 σ_a は

表-1 道路橋の諸元

スパン長 L (m)	総重量 W ($\times 10^4$ Kg)	曲げ剛性 EI ($\times 10^{12}$ Kg $\cdot$ m 4)	固有振動数 f ₁ (Hz)
20	4.84	6.21	6.23
30	7.76	12.42	3.73
40	10.68	24.41	2.84
50	13.60	42.20	2.45
60	15.52	65.78	2.11
70	18.44	80.15	1.70
80	23.36	130.31	1.66
90	25.28	171.26	1.53
100	28.20	218.01	1.37

路面凹凸のパラメーターで $1.0 \times 10^{-3} (\text{cm}^2/\text{m}/\text{c})$ を用いる。考慮した凹凸は、 $1 (\text{m/c})$ 以上、 $20 (\text{m/c})$ 以下の範囲とする。路面凹凸を三角級数モデルで表現すると、これは、次式で表される。

$$h(x) = \sum_{k=1}^N A_k \sin(\omega_k x - \phi_k) \quad (12)$$

こゝに、 A_k は (11) 式より得られる正規乱数、 ϕ_k は $0 \sim 2\pi$ で一様分布する一様乱数である。凹凸波形は、前述した周波数範囲を 150 分割して合成する。次に、応答について考える。1 台の車両による本目の応答関数を $y_1(x)$ とすると、同一形式の車両による分散応答は次式で表される。

$$E[y(x)^2] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_1(x) + y_1(x-c) + 2y_1(x) y_1(x-c)) \quad (13)$$

こゝに、 N は標本関数の個数であり、実際の計算では 50 とした。このように、シミュレーションでは、1 台の走行車両による応答標本関数の時間を移動させて、(13) 式の演算することにより、任意の車間距離の分散応答が得られる。

4. 数値計算 数値計算は、表 1 に示した諸元の橋梁を対象とした。走行車両の諸元は、車両重量 $W_0 = 13.0 \times 10^3 (\text{kg})$ 、固有振動数 $f_0 = 3.5 (\text{Hz})$ 、減衰定数 $h_0 = 0.03$ 、走行速度 $V = 10 (\text{m/s})$ である。

図 1, 2 は、車間距離 $10 (\text{m})$ で、二台の車両がスパン長 $50 (\text{m})$ の橋梁上を走行した場合の、スパン中点のたわみと速度応答を図示したものである。図において、車両の位置は、スパン長で標準化した。0.2L までは、1 台の車両であり、その後 2 台で走行し、1.0L からは、1 台目の車両が橋梁を通過した後の応答である。図 1 は、2 台の車両による相関を考慮した場合、図 2 は、これを無視した場合である。なお、破線はシミュレーション、実線は共分散方程式の結果を示している。両図において、シミュレーションと本解法の結果は良好な一致を示し、理論の妥当性を実証している。図 3, 4 はスパン長 $30 (\text{m})$ の場合の結果であるが、シミュレーションと理論は同じく、良く一致している。図 3 に、橋梁と車両の連成を無視した例を図示したが、これは過大応答を示し、非現実的である。次に、2 台の車両による相関を考慮した場合の影響について見ると、スパン長 $50 (\text{m})$ においては、両者の差は顕著であるが、スパン長 $30 (\text{m})$ においては、ほとんど差は見られない。この傾向は、スパンに対して固定したのではなく、定常応答において述べたように、異なった車間距離に対して、変化することから予想される。

こゝでは、 $V.M.S.$ 速度応答について述べたが、変位応答についても、同様な結果が得られている。

〔参考文献〕

- (1) 岡林・縄・中井：西部支部概要集 昭和 52 年度
- (2) 岡林：才 32 回全国大会 昭和 52 年

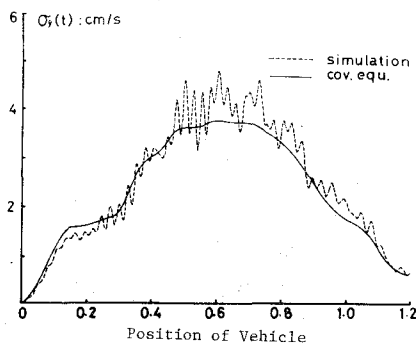


図 1 $V.M.S.$ 速度応答 $L=50 (\text{m})$ (相関考慮)

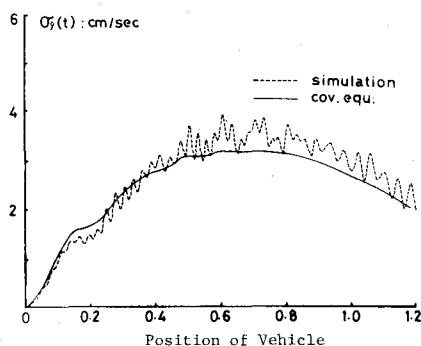


図 2 $V.M.S.$ 速度応答 $L=50 (\text{m})$ (相関無視)

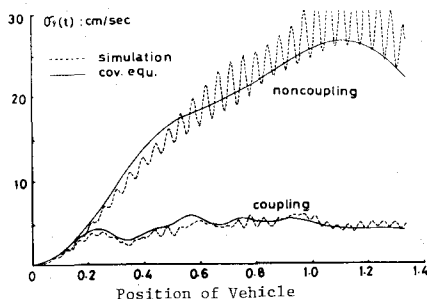


図 3 $V.M.S.$ 速度応答 $L=30 (\text{m})$ (相関考慮)

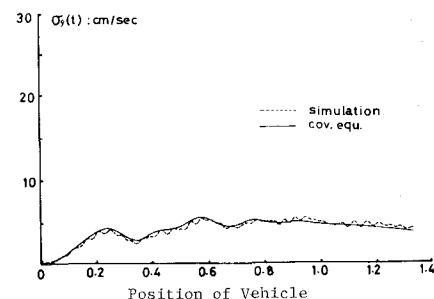


図 4 $V.M.S.$ 速度応答 $L=30 (\text{m})$ (相関無視)