

長崎大学工学部 正員 岡林 隆敏
学生員 中井 一彦

1. はじめに 不規則路面凹凸上を走行する車両によって加振されるランガー桁橋の不規則応答解析⁽¹⁾に関して、最近幾つかの解法が提案されている。しかし、これらの解法では、橋梁と車両の連成が無視されている⁽¹⁾、この条件は考慮されているが、橋梁のモード間の連成及び相関が考慮されていない⁽²⁾様に、まだ幾つかの点で解析手法に不備な点が見られる。そこで、本研究では、橋梁と車両の連成はもとより、橋梁のモード間の連成及び相関を考慮した解法を示す。この解法は、既に発表された手法を、多自由度連成系に拡張したものである。即ち、不規則路面凹凸を路面系と称するフィルター系の応答と考える事により、橋梁-車両-路面系を一括して連成系とみなして、伊藤型の確率微分方程式で表現する。これより誘導される共分散方程式を、直接数値解析することにより、確定論の応答解析と同様に、分散の応答を得るものである。

この解法の妥当性は、実橋の2例に対する本解法の数値解析と、対応するシミュレーションにより検証した。これらの数値計算において、橋梁のモード間の連成及び相関を考慮した場合と、無視した場合の各々に対応する方程式を構成し、それらの関係についても検討を加える。

2. 運動方程式と不規則路面凹凸のモデル化 図1に示す、1自由度系でモデル化された車両⁽³⁾、一定速度Vで走行する際の橋梁と車両の運動方程式について述べる。橋梁の支点の変位を $y(x,t)$ 、車両の変位を $z(t)$ 、更に不規則路面凹凸を $n(x)$ とすると車両の運動方程式は次式で与えられる。 $W\ddot{z} + C(\dot{z} - \dot{y}(x,t) - \dot{n}) + k(z - y(x,t) - n) = 0$ (1) ここで、 W : 車両質量、 C : 減衰係数、 k : ばね定数。また、橋梁に作用する車両の全接地点力 $P(t)$ は次式となる。

$P(t) = W(\ddot{z} - \ddot{y})$ (2) 一方、橋梁の n 次の基準関数を $\phi_n(t)$ 、基準座標を $g_n(t)$ とすると、橋梁の挠み及び速度は次式で得られる。

$y(x,t) = \sum_{n=1}^N \phi_n(x) g_n(t)$, $\dot{y}(x,t) = \sum_{n=1}^N \phi_n(x) \dot{g}_n(t)$ (3) 従って橋梁の運動方程式は、 $\ddot{g}_n(t) + 2\hat{h}_n \omega_n \dot{g}_n(t) + \omega_n^2 g_n(t) = \phi_n(x) P(t) / M_n^*$ (4) となる。

ただし、 $\hat{h}_n$, ω_n は各々 n 次の減衰定数及び固有円振動数。 M_n^* は $M_n^* = \int_0^L \phi_n^2(x) dx$ で定義される換算質量である。(3)式において、 n 次振動まで考慮すると、次の様にベクトル表示される。

$\Phi(x) = \{\phi_1(x), \dots, \phi_N(x)\}^T$,
 $g(t) = \{g_1(t), \dots, g_N(t)\}^T$ (5) 故に、 $y(x,t) = \Phi(x)^T g(t)$,
 $\dot{y}(x,t) = \Phi(x)^T \dot{g}(t)$ (6) ここで、 $n(t)$ は確率過程と考

えているので、応答は確率過程となり、 $y(x,t)$, $\dot{y}(x,t)$ の平均値 $\bar{y}$, $\bar{\dot{y}}$ と平均値回り $\bar{y} = y - \bar{y}$, $\bar{\dot{y}} = \dot{y} - \bar{\dot{y}}$ の分散・共分散は次式となる。
 $[y, \bar{y}]^T = [\Phi(x)^T E[g(t)], \Phi(x)^T E[\dot{g}(t)]]^T$ $[E[y\bar{y}^T], E[\bar{y}\bar{y}^T]] = \begin{bmatrix} \Phi(x)^T E[g(t)g(t)^T] \Phi(x) & \Phi(x)^T E[g(t)\dot{g}(t)^T] \Phi(x) \\ \Phi(x)^T E[\dot{g}(t)g(t)^T] \Phi(x) & \Phi(x)^T E[\dot{g}(t)\dot{g}(t)^T] \Phi(x) \end{bmatrix}$

(7) 次に不規則路面凹凸について述べる。基本的な仮定については、文献(3)において検討した。図2は実測による路面凹凸パワースペクトル密度と、表1に記した共分散方程式並びにシミュレーションで用いたパワースペクトル密度を図示したものである。共分散方程式では、路面凹凸を次の様なパワースペクトル密度でモデル化した。

$S_R(\omega) = S_0 / (\omega^4 + \beta^2)$, $S_0 = VA(2\pi)^2$, $\beta = 2\pi\alpha$ (8) これは、路面系と称する平均値0, パワースペクトル S_0 を有する正規性白色雑音過程を入力とする1階の確率微分方程式の定常解過程である。

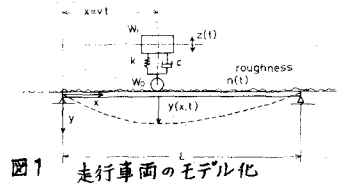


図1 走行車両のモデル化

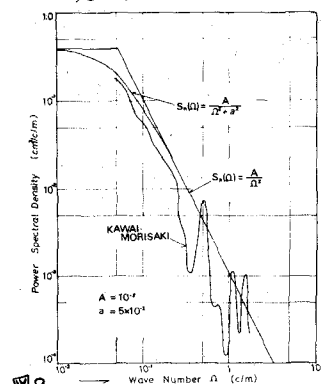


図2 路面の凹凸パワースペクトル密度

$$\alpha(x) + \beta(x) = w(x) \quad (9) \quad w(x): \text{白色雑音過程。}$$

3. 二乗平均応答解析の基礎式 橋梁-車両-路面系の運動方程式(1)

(4)(9)式に於いては、車両系と橋梁系の連成、更に各モード間の連成を考慮しなければならぬ。そこで、モード間の連成をも考慮した運動方程式を状態空間ベクトル表示する為、次式の状態変数を定義する。

$$X(x) = \{z(x), \dot{z}(x), Z(x)\}^T \quad (10) \quad \text{ただし、} Z(x) \text{は車両-路面系の状態変数で、次式で示される。} \quad Z(x) = \{z, \dot{z}, \ddot{z}\}^T \quad (11) \quad \text{すると、}$$

(11)(9)式は一括して、確率微分方程式で表わされる。

$$\dot{X}(x) = A(x)X(x) + W(x) \quad (12) \quad \text{この、} W(x) \text{は、次の確率特性を有する、正規性白色雑音過程ベクトルである。}$$

$$E[W(x)] = \bar{W}(x) \quad E[W(x)W(x+\tau)] = S(x)q(\tau-x) \quad (13) \quad X(x)$$

の共分散行列を $R(x)$ で表わすと、これは、次の共分散方程式を満足する。

$$\dot{R}(x) = A(x)R(x) + R(x)A(x)^T + S(x) \quad (14)$$

初期条件 $R(x_0) = R_{x_0}$

$R(x)$ の中で実際の応答に係る変数は、 $z(x)$ 、 $\dot{z}(x)$ の分散・共分散であるので、これを改めて、次式で定義する。

$$Q(x) = \begin{bmatrix} E[\hat{z}(x)\hat{z}(x)^T] & E[\hat{z}(x)\hat{\dot{z}}(x)^T] \\ E[\hat{\dot{z}}(x)\hat{z}(x)^T] & E[\hat{\dot{z}}(x)\hat{\dot{z}}(x)^T] \end{bmatrix} \quad (15)$$

(7)(15)式より、モード間の連成及び相関を考慮した解析が可能になる。尚、モード間の相関を無視すると、 $E[\hat{z}(x)\hat{z}(x)^T]$ 、 $E[\hat{\dot{z}}(x)\hat{\dot{z}}(x)^T]$ は対角行列になり、従って、各モードにおける応答の重ね合わせとして、応答が得られる。

4. シミュレーションと数値計算 共分散方程式による解析の妥当性をシミュレーションにより検討した。数値計算は、諸元表-1に示したA橋とB橋を対象にしたが、これらの橋梁の振動特性は文献(4)に引用したものである。一方、走行車両の諸元は表-1に示した。シミュレーションによる結果は50本の応答曲線を平均したものである。図3、図4は、B橋のY.M.S.速度と変位応答を示したものであるが、シミュレーションでは、モード間の連成・相関を考慮した場合と無視した場合を示している。共分散方程式の結果は、これらと無視した場合である。シミュレーションの連成・相関を考慮と無視した場合では、後者がわずかに小さな値を示している。共分散方程式と対応するシミュレーションでは、前者が少し小さい。図5、図6はA橋の場合であるが、シミュレーションと共分散方程式は、ほぼ一致する。

【参考文献】 (1)小堀・梶川：土木学会論文報告集No.248, 1976.4 (2)肥後野・吉村・彦坂：西部支部概要集昭和51年秋 (3)岡林：第32回全国大会概要集 (4)吉村・平井：土木学会論文集No.101, 1964

表-2 ランガ-サトウの諸元

項目	A 橋	B 橋
全長 L (m)	139.200	57.200
ワイズ f (m)	19.200	9.200
総重量 W (ton)	433.327	182.358
総質量	16	10
固有振動数 (Hz)	1.173	2.809
制振1次 (Hz)	1.635	4.560
制振2次 (Hz)	6.582×10^{-1}	1.999
制振3次 (Hz)	2.632	7.999

表-1 路面凹凸特性と走行車両諸元

項目	路面凹凸特性	走行車両諸元
路面凹凸係数	$S(D) = 0.01/(2 + \omega^2)$	$\omega = 0.05$
シミュレーション	$S(D) = \begin{cases} 0.04 & D < 0.5 \\ 0.01/D^2 & D > 0.5 \end{cases}$	
走行速度 V	10 (m/sec)	
車両総重量	20 (ton)	
車両固有振動数	2.5 (Hz)	
車両減衰定数	0.05	

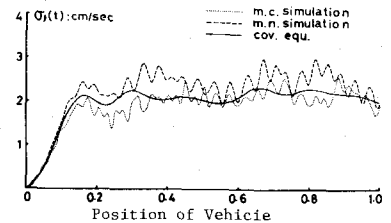


図3 B橋 Y.M.S. 速度応答

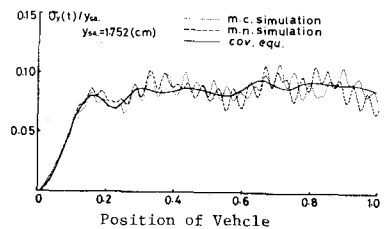


図4 B橋 Y.M.S. 変位応答

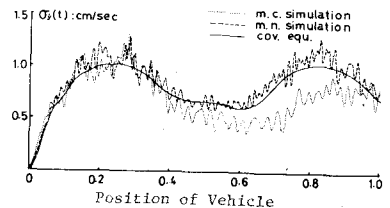


図5 A橋 Y.M.S. 速度応答

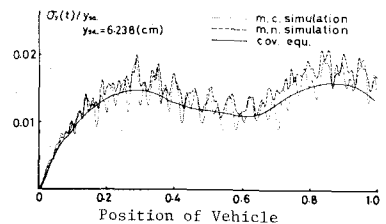


図6 A橋 Y.M.S. 変位応答