

長崎大学工学部 正員 崎山 毅

長崎大学工学部 正員 栗谷和夫

1. まえに 橋梁の支間長大化、構造軽量化にともなう、吊橋と共に2ヒンジアーチ橋などのアーチ系橋梁の架設が数多く行われている。長大支間と軽量構造を有するアーチ系橋梁は、小スパンの一般の橋梁にくらべて、全体の剛性の低い、柔い構造を有しており、その動的荷重に対する安全性の検討は設計上重要な課題の一つであると考えられる。アーチ系橋梁の自由振動に関しては、ランガー橋、ローゼ橋、タイドアーチ橋あるいは2ヒンジアーチ橋などに関する吉村・平井⁽¹⁾⁽²⁾らの、結合法理論にもとづく一連の研究が行われており、これらは、主として、放物線形の軸線と有するアーチと桁とから成るアーチ系橋梁について解析を行っている。本文においては、任意の平面曲線と軸線とする変断面アーチと桁とから成る補剛アーチ橋の自由振動解析を行う。

2. 基礎微分方程式 補剛アーチ橋の、より一般的に形式として、図-1(a)に示すとき、中略式アーチ橋の自由振動を解析する。本アーチ橋は、アーチ部と桁部とを、十分に配置された、両端ヒンジの垂直板で連結され、また、アーチと桁との交点において剛接合されているものとする。アーチと主体とすれば、桁はアーチに対して図-1(b)に示すとき、剛接合点における鉛直バネ、水平バネおよび回転バネとしての機能をもち、また、振動状態においては、密に配置された垂直板を通しての動的鉛直分布バネとしての機能をも持つものと考えられる。このとき、鉛直バネ、水平バネおよび回転バネのバネ定数 K_V , K_H および K_R と動的鉛直分布バネのバネ定数 k_V とはそれぞれ次の各式に与えられることができる。

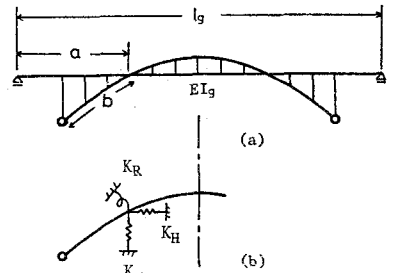


図-1, 中略式アーチ橋

$$K_V = \frac{EI_g}{l_g^3} \frac{6}{5(1-2\xi)} \quad (\text{逆対称}), \quad \frac{EI_g}{l_g^3} \frac{6}{5^2(3-4\xi)} \quad (\text{対称}), \quad K_H = 0 \quad (\text{逆対称}), \quad \frac{EA_g}{l_g} \frac{1}{(1-2\xi)} \quad (\text{対称})$$

$$K_R = \frac{EI_g}{l_g} \frac{6}{(12\xi^2 - 6\xi + 1)} \quad (\text{逆対称}), \quad \frac{EI_g}{l_g} \frac{2}{(1-2\xi)} \quad (\text{対称}), \quad K_V = \rho_g \omega^2, \quad \xi = a/l_g$$

ここに、 ρ_g および ω は桁の単位長質量および固有振動数である。したがって、図-1(a)の中略式アーチ橋の自由振動方程式は、アーチの基礎方程式の加重項に、慣性力、集中バネ力および分布バネ力を代入することによって得られ、次の諸式となる。

$$\frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{N}{R} - \rho \omega^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + k_V(u \cos \varphi - w \sin \varphi) \cos^2 \varphi - [k_V(u \cos \varphi - w \sin \varphi) \cos \varphi + K_H(u \sin \varphi + w \cos \varphi) \sin \varphi] \cdot \delta(s-b) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial s} - \frac{Q}{R} - \rho \omega^2 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + k_V(u \cos \varphi - w \sin \varphi) \sin \varphi \cos \varphi + [k_V(u \cos \varphi - w \sin \varphi) \sin \varphi - K_H(u \sin \varphi + w \cos \varphi) \cos \varphi] \cdot \delta(s-b) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial M}{\partial s} - Q + \frac{\rho \omega^2 I_{\theta} \partial^2 \theta}{A(s) \partial t^2} + K_R \theta \cdot \delta(s-b) = 0 \quad (3), \quad M = -EI_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial s} \quad (4), \quad N = EA(s) \left[\frac{\partial u}{\partial s} - \frac{u}{R} \right] \quad (5)$$

$$Q = \frac{EA}{R} \left[\frac{\partial u}{\partial s} - \frac{u}{R} - \theta \right] \quad (6), \quad \varphi: \text{アーチ軸線接線の傾斜角}, \quad \delta(s-b): \text{Dirac のデルタ函数}$$

3. 離散的一般解 基礎微分方程式(1)~(6)は、アーチ部材の曲率半径 $R(s)$ 、断面2次モーメント $I(s)$ 、断面積 $A(s)$ 、単位長質量 $\rho(s)$ 、アーチ軸線接線の傾斜角 $\varphi(s)$ などの変数を係数とする連立微分方程式である。したがって、アーチ部材の幾何学的形状に一般性を保持したまま、その解析解を、直接的に求めることはできず、何らかの近似解法の応用が必要となる。本文においては、数値解析の簡易化を目的として、①正型型微分方程式の積分方程式への変換、と②積分方程式の近似解法の応用、とにより、基礎微分方程式(1)~(6)の、アーチ軸線等分点における解を求めることとし、得られた、積分定数を含む、離散点における一般解を離散的な一般解と称することとする。

基礎微分方程式(1)~(6)より時間変数を分離し、これを積分方程式に変換したのち、積分方程式に等間隔の数値積分法をくり返し適用することにより、アーチ軸等分長 i における一般解が求められる、式(7.a)~(7.f)となる。等間隔離散的一般解を用いることにより、変断面任意形アーチをモデル化することなしに、桁軸等分長における曲率半径、断面積、断面二次モーメントあるいはアーチ軸特線の傾斜角などの諸量を直接用いて解析することができる。

$$\begin{bmatrix} Q_i \\ N_i \\ M_i \\ \theta_i \\ w_i \\ U_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1i} & a_{2i} & a_{3i} & a_{4i} & a_{5i} & a_{6i} \\ b_{1i} & b_{2i} & b_{3i} & b_{4i} & b_{5i} & b_{6i} \\ c_{1i} & c_{2i} & c_{3i} & c_{4i} & c_{5i} & c_{6i} \\ d_{1i} & d_{2i} & d_{3i} & d_{4i} & d_{5i} & d_{6i} \\ e_{1i} & e_{2i} & e_{3i} & e_{4i} & e_{5i} & e_{6i} \\ f_{1i} & f_{2i} & f_{3i} & f_{4i} & f_{5i} & f_{6i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_0 \\ N_0 \\ M_0 \\ \theta_0 \\ w_0 \\ U_0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} (7.a) \\ (7.f) \end{matrix}$$

4. 数値解析例 一例とし

て、天草5号橋(松島橋)に關して、逆対称型および対称型それぞれ3次までの自由振動を解析する。本橋は上陸式アーチ橋であるが、床組の地震荷重を主アーチに伝達する支間中央支柱は、図-2(a)に示すごとく、クラウンプレートで補強され特に強固なものとなっている。したがって、アーチおよび桁の、クラウンプレートに接する部分は一体となり、挙動するものと考えられるゆえ、図-2(b)に示すごとく、種々な形の中陸式アーチ橋とみよして解析を行った。

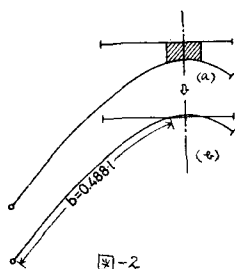


図-2

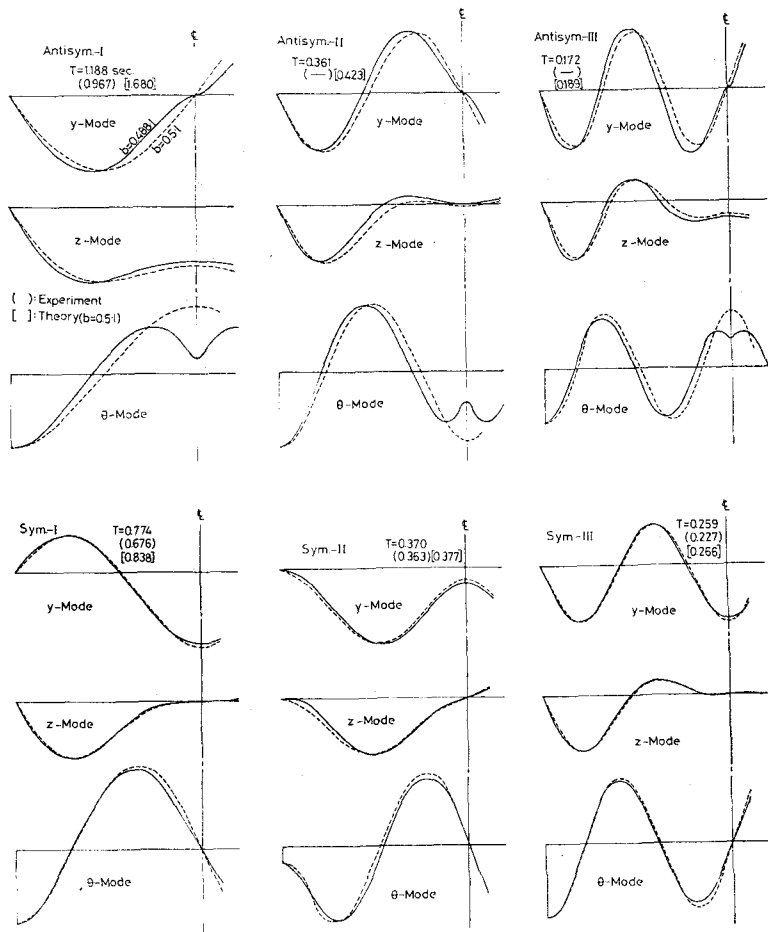


図-3、固有周期および振変位モード

解析結果として、理論周期 T および鉛直変位モード(y-Mode)、水平変位モード(z-Mode)および回転変位モード(θ -Mode)を図-3に示す。なお、()内は実測周期、[]内は、クラウンプレートの幅を無視し、上陸式アーチ橋として解析した理論周期であり、真線はこれに対する振動モードである。これらによれば、逆対称振動に対する桁の回転の影響がかなり大きいことが判明する。

[参考文献] (1) 吉村平井, ランガー桁の動的解析, 土木学会論文集101号, 1964 (2) 吉村平井, 補剛アーチ橋およびつり橋の動的共通解析, 土木学会論文集115号, 1965 (3) Hirai, Yoshimura, A Basic Parameter for Optimum Design of Arch and Suspension Bridge, IABSE 10, 1976 (4) 日本道路公団, 工事報告天草五橋, 1967