

九州工學部 〇學生員 石橋 治
正 島 吉材 虎蔵
學生員 藤本 聡

1. まえおき 中心圧縮鋼柱の座屈強度の平均値、標準偏差、頻度分布等を、接線係数理論を基礎に、モンテカルロ、シュミレーション法を用いて算定し、また、その結果を用いて、破壊確率および安全性指標を計算し、鋼柱の信頼性の評価を試みた。

2. 座屈強度の計算手法

座屈強度のばらつきに影響を及ぼす要因として考えられるのは材料の降伏応力、断面寸法、残留応力、初期たわみ、荷重の偏心等である。ここでは、材料の降伏応力、弾性係数、残留応力を確率量として取り上げ、さらに材料は完全弾塑性体として、計算を行なう。座屈強度の算定には接線係数理論を用いる。

2.1. 接線係数理論による座屈強度の算定

材料を完全弾塑性体と仮定し、残留応力の分布形は図1のようなものとする。図1のような断面に有する鋼柱を圧縮すると、正縮応力が $\sigma = \sigma_y - \sigma_{rc}$ と越えたと断面はフランジ外縁から降伏をはじめ。このときの軸荷重は $P = \int \sigma dA$ より求まる。また、弾性域の断面二次モーメントを I_e とすると、接線係数荷重 R_t は

$$R_t = \pi d E I_e / L^2 \quad L: \text{部材長}$$

そして上式の面積を $A \times \sigma_y$ で除すると、

$$\sigma_{cr} / \sigma_y = \pi^2 E (I_e / I) / (L/r)^2 \sigma_y = (I_e / I) / \bar{\lambda}^2 \quad (\text{但し、} \bar{\lambda} = (L/r) / \pi \sqrt{\sigma_y / E}) \dots \dots (1)$$

と変形できる。次に $R_t = P$ より I_e / I が算定でき、これを(1)式に代入すると無次元座屈強度 (σ_{cr} / σ_y) を得ることが出来る。

2.2. モンテカルロ・シュミレーションによる座屈強度

の平均値、標準偏差、および頻度分布の算定

材料の弾性係数、降伏応力、および残留応力は表1(a)のような母数をもつ確率変数で、正規分布に従うとする。そして、各々の確率変数は互いに統計的に独立であるとする。計算に用いた流れ図を、図2に示す。まず与えられたデータに基づいて、弾性係数、降伏応力、残留応力に相当する乱数を抽出する。次にオイラーの座屈強度 σ_e 、および残留応力を考慮した場合の比例限度 $\sigma_p = \sigma_y - \sigma_{rc}$ を算定する。 σ_e と σ_p を比較して $\sigma_p > \sigma_e$ ならば、座屈強度としてオイラーの座屈強度 σ_e を取る。また $\sigma_p < \sigma_e$ ならば、接線係数理論に基づいて座屈強度を算定する。上記の操作を十分な回数繰り返して、座屈強度の平均値、標準偏差、頻度分布を算定する。残留応力は表1(b)の4種の場合について計算を行なった。結果については、図3～図5に示している。

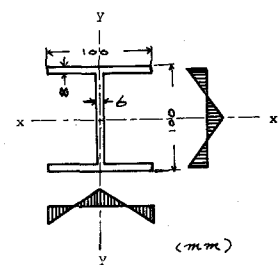


FIG.-1

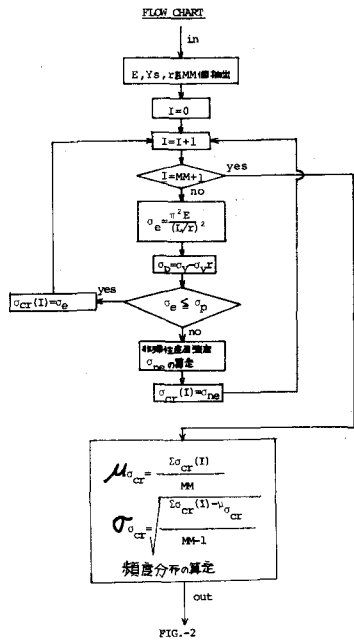


FIG.-2

	μ	σ	δ
E	2.12×10^6 Kg/cm ²	1.04×10^5 Kg/cm ²	0.049
Ys	2802.0 Kg/cm ²	92.0 Kg/cm ²	0.0328

TABLE-1A

2.3 安全性指標および

破壊確率の算定

鋼柱の信頼性の評価を試みるために、変動係数が0.3の正規分布荷重を前記の4種の残留応力を有する鋼柱に作用させた場合の安全性指標(β)と破壊確率(P_f)を算定する。なお、鋼柱の座屈強度を正規分布とすると P_f と β はそれぞれ(2)、(3)式より算定される。

鋼柱の種別	μ_{σ_r}	σ_{σ_r}	δ_{σ_r}
1 $x=1$ $y=1$	0.14 σ_y	0.058 σ_y	0.42
2 $x=2$ $y=2$	0.14 σ_y	0.1176 σ_y	0.84
3 $x=3$ $y=3$	0.28 σ_y	0.1176 σ_y	0.42
4 $x=4$ $y=4$	0.28 σ_y	0.2352 σ_y	0.84

TABLE-1B

また、 μ_{σ_r} 、 σ_{σ_r} はそれぞれ平均値、標準偏差、変動係数、また、 V_0 は、中央安全率、至は標準正規確率分布関数である。

$$\beta = 1 - \Phi\left\{\frac{(\mu_{\sigma_r} - \mu_c)/\sqrt{\sigma_{\sigma_r}^2 + \sigma_c^2}}{\sigma_y}\right\} \\ = 1 - \Phi\left\{(V_0 - 1)/\sqrt{V_0^2 \delta_{\sigma_r}^2 + \delta_c^2}\right\} \quad \dots (2)$$

$$P_f = 1 - \Phi(\beta) = (V_0 - 1)/\sqrt{V_0^2 \delta_{\sigma_r}^2 + \delta_c^2} \quad \dots (3)$$

但し、 μ_{σ_r} 、 σ_{σ_r} はそれぞれ平均値、標準偏差、変動係数、また、 V_0 は、中央安全率、至は標準正規確率分布関数である。

3. 結果について

それぞれの計算結果の1部を図3～図5、表2に示している。

これらについて下記のことからえる。

(1) 座屈強度の平均値は、残留応力の変動係数を変えても変化せず、平均値によってのみ決まる。

(2) 座屈強度のばらつきは、 X 軸(強軸)よりも、 Y 軸(弱軸)において大きくなっている。これは、残留応力の影響が Y 軸において大きいからと思われる。

(3) この計算例では、座屈強度の頻度分布は、弾性座屈によるのみ座屈強度が決定される場合($\bar{\alpha}=1.4$)、非弾性座屈によるのみ決定される場合($\bar{\alpha}=0.4$)、また弾性座屈・非弾性座屈の両方により決定される場合($\bar{\alpha}=1.0, 1.1$)の3ケースとも正規分布を仮定している。

(4) 破壊確率は安全性指標、残留応力の影響が大きい Y 軸回りの座屈強度について検討すると次のようになる。 $\bar{\alpha}=0.4$ および $\bar{\alpha}=1.4$ では破壊確率・安全性指標は、残留応力の種類によってあまり変化しない。しかし $\bar{\alpha}=1.0$ では安全性指標、破壊確率とも、残留応力の種類によって大きく変化している。このことは $\bar{\alpha}=0.4, 1.4$ の付近では残留応力の評価がそれほど影響はしないが、 $\bar{\alpha}=1.0$ 付近では信頼性と正確に把握するためには残留応力の統計的評価が重要であることを示している。

<参考文献>

(1) 福本 喬木: 鋼柱の座屈強度のばらつきにおよぼす残留応力の分布の影響について(工学会全論文集201号)

(2) T.V. Galambos: 鋼構造設計と信頼性

(3) A.H.S. Ang, L.A. Cornell: Reliability Basis of Structural Safety And Design ASCE, Vol 100, ST-9.

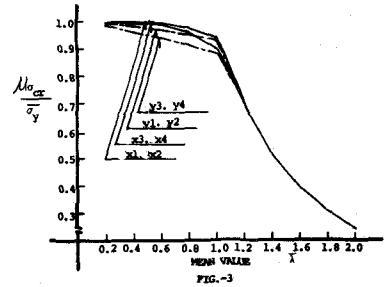


FIG.-3

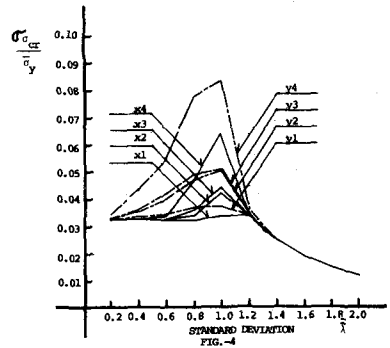


FIG.-4

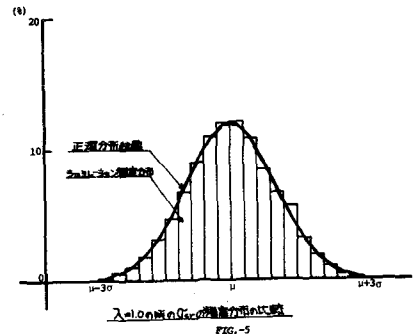


FIG.-5

S.R.	C.S.F.		S.I.		P.O.F.	
	S.I.	P.O.F.	S.I.	P.O.F.	S.I.	P.O.F.
0.4	1.5	1.643	5.019x10 ⁻⁸	1.626	5.203x10 ⁻⁸	
	2.0	3.251	5.757x10 ⁻⁹	1.392	7.076x10 ⁻⁹	
	2.5	4.810	7.545x10 ⁻⁹	4.679	1.442x10 ⁻⁷	
	3.0	6.311	1.387x10 ⁻⁸	6.075	6.221x10 ⁻⁸	
1.0	1.5	1.635	5.106x10 ⁻⁸	1.505	6.616x10 ⁻⁸	
	2.0	3.222	6.365x10 ⁻⁹	2.815	2.441x10 ⁻⁷	
	2.5	4.746	1.037x10 ⁻⁸	3.918	4.470x10 ⁻⁸	
	3.0	6.195	2.918x10 ⁻⁹	4.829	6.945x10 ⁻⁸	
1.4	1.5	1.619	5.269x10 ⁻⁸	1.618	5.281x10 ⁻⁸	
	2.0	3.170	7.621x10 ⁻⁹	3.166	7.716x10 ⁻⁹	
	2.5	4.632	1.809x10 ⁻⁸	4.624	1.879x10 ⁻⁸	
	3.0	5.992	1.035x10 ⁻⁷	5.979	1.126x10 ⁻⁷	

NOTE: S.R.= $\bar{\alpha}$, C.S.F.=CENTRAL SAFETY FACTOR, S.I.=SAFETY INDEX
P.O.F.=PROBABILITY OF FAILURE
TABLE-2