

九州大学工学部 正会員 ○彦坂 照

〃 〃 正会員 吉村虎蔵

〃 〃 学生員 坂元雅信

## 1. 緒言

アーチクラウンの水平変位拘束状態が異なる上路式2ヒンジアーチ橋について、地震動を想定したランダム入力に対する面内応答を、マルコフベクトル法<sup>(1,2)</sup>により解析した。地震動加速度としてホワイトノイズ、フィルター(地盤)を通した定常および非定常ホワイトノイズなどの確率モデルを考え、水平地動のみならず鉛直地動の効果も考慮した。

## 2. 上路式2ヒンジアーチ橋の面内自由振動性状

スパン119 mの2ヒンジアーチを15節点の平面折線構造にモデル化し、クラウンの水平変位を全く拘束しない場合(モデルA)と、それを完全に拘束する場合(モデルB)について、ライズを種々変化させた集中質量法により自由振動解析を行った。アーチのスパン、断面および質量は天草5号橋の値を用いたが、補剛桁と支柱の伸縮および補剛桁の曲げ剛性は無視し、図-1のようにアーチリブと補剛桁に14個の質量を集中させた。解析結果の一部として、モデルA(ライズ15 m)とモデルB(ライズ17 m)の5次までの固有振動数と鉛直・水平成分に分けた振動モードを図-2に示す。同図中( )内の数値は天草5号橋(ライズ15 m)の起振機試験より得られた固有振動数である。なお、天草5号橋の5次までの対数減衰率は0.03~0.06の範囲にある。

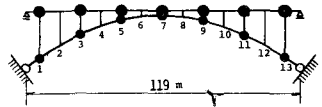


図-1

を用いたが、補剛桁と支柱の伸縮および補剛桁の曲げ剛性は無視し、図-1のようにアーチリブと補剛桁に14個の質量を集中させた。解析結果の一部として、モデルA(ライズ15 m)とモデルB(ライズ17 m)の5次までの固有振動数と鉛直・水平成分に分けた振動モードを図-2に示す。同図中( )内の数値は天草5号橋(ライズ15 m)の起振機試験より得られた固有振動数である。なお、天草5号橋の5次までの対数減衰率は0.03~0.06の範囲にある。

| MODE | MODEL - A |                   | MODEL - B |            |
|------|-----------|-------------------|-----------|------------|
|      | VERTICAL  | HORIZONTAL        | VERTICAL  | HORIZONTAL |
| 1ST  |           | 0.58 Hz<br>(1.03) |           | 1.27 Hz    |
| 2ND  |           | 1.27 Hz<br>(1.48) |           | 2.25 Hz    |
| 3RD  |           | 2.50 Hz           |           | 2.48 Hz    |
| 4TH  |           | 2.70 Hz<br>(2.75) |           | 3.34 Hz    |
| 5TH  |           | 3.86 Hz<br>(4.44) |           | 4.29 Hz    |

## 3. 非定常ランダム応答解析

多自由度系構造物のよ次の固有円振動数を $\omega_n$ 、固有ベクトルを $\{u_n\}$ とし、ランダム入力 $\{P(\omega)\}$ を受ける系の変位応答を

$$\{x\} = \sum_n \{u_n\} q_n(t) \quad (1)$$

と表わせば、基準座標 $q_n$ に関する微分方程式が次のように与えられる。

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = M_n^{-1} \{u_n\}^T \{P(\omega)\} \quad (2)$$

ここに、 $M_n$ はよ次の換算質量、 $\zeta_n$ はよ次の減衰定数。

式(1)より、ランダム応答 $\{x\}$ の共分散行列が

$$E[\{x\}\{x\}^T] = \sum_n \sum_m \{u_n\} \{u_m\}^T E[q_n q_m] \quad (3)$$

と表わされる。ここに $E[\ ]$ は期待値を示す。 $\zeta_n$ がよのとき $q_n(t)$ と $q_m(t)$ は統計的に独立と仮定すれば、式(3)は

$$E[\{x\}\{x\}^T] = \sum_n \{u_n\} \{u_n\}^T E[q_n q_n] \quad (4)_a$$

となる。同様に、 $E[\{x\}\{x\}^T] = \sum_n \{u_n\} \{u_n\}^T E[q_n q_n]$ 、 $E[\{x\}\{x\}^T] = \sum_n \{u_n\} \{u_n\}^T E[q_n q_n]$  (4)<sub>b,c</sub>

## 3-1. 入力ガホワイトノイズの場合の解法

入力 $\{P(\omega)\}$ がホワイトノイズのとき、式(4)の共分散を求めるための共分散方程式が次式で与えられる。

$$\frac{d}{dt}[Q_n(t)] = -[A_n][Q_n(t)] - [Q_n(t)][A_n]^T + [B_n] \quad (5)$$

$$\text{ここに、} [Q_i(t)] = E \left\{ \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \end{bmatrix}^T \right\} = \begin{bmatrix} E[\dot{x}_i \dot{x}_i] & E[\dot{x}_i \dot{y}_i] \\ E[\dot{y}_i \dot{x}_i] & E[\dot{y}_i \dot{y}_i] \\ E[\dot{z}_i \dot{x}_i] & E[\dot{z}_i \dot{y}_i] \end{bmatrix}, \quad [A_i] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \omega_i^2 & 2\eta_i \omega_i \end{bmatrix}, \quad [B_i] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2\pi M_i^2 \{ \psi_i^T [S_{ik}] \psi_i \} \end{bmatrix} \quad (6)$$

地表面の地震動加速度を  $\ddot{u}(t)$  とし、これをパワースペクトル密度  $S_0$  のホワイトノイズモデルで表わすとき、上式の  $[B_i]$  中の行列  $[S_{ik}]$  は、構造物の質量マトリックス  $[m]$  を用いて次式で与えられる。

$$[S_{ik}] = [m] \{1\} \{1\}^T [m] S_0, \quad \{1\} = (1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1)^T \quad (7)$$

### 3-2. 入力ガフィルタを通じた非定常ホワイトノイズの場合の解法

地盤の数学モデルをフィルタとして、これにあるホワイトノイズ過程  $Q(t)$  を通し、得られた定常応答をさらに地震動の非定常性を表わす確定関数  $g(t)$  で修正して地表面の地震動加速度をモデル化することができる。<sup>4)</sup> 最も簡単なフィルタ方程式は、地盤の固有円振動数を  $\omega_0$ 、減衰定数を  $\eta_0$  として次のように表わされる。

$$\ddot{y} + 2\eta_0 \omega_0 \dot{y} + \omega_0^2 y = -Q(t) \quad (8)$$

$$\ddot{u}(t) = g(t) \{Q(t) + \ddot{y}(t)\}, \quad \{P(t)\} = -[m] \{1\} \ddot{u}(t) \quad (9)$$

式(2), (8), (9)より、応答  $\dot{x}_i$ ,  $\dot{y}_i$ ,  $\dot{z}_i$ ,  $\ddot{u}$  に関する次の共分散方程式が導かれる。

$$\frac{d}{dt} [R_i(t)] = -[C_i(t)] [R_i(t)] - [R_i(t)] [C_i(t)]^T + [D_i] \quad (10)$$

$$\text{ここに、} [R_i(t)] = E \left\{ \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \\ \ddot{u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \\ \ddot{u} \end{bmatrix}^T \right\}, \quad [C_i(t)] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ \omega_i^2 & 2\eta_i \omega_i & -M_i^{-1} \{ \psi_i^T [m] \{1\} \omega_i^2 g(t) \} & -M_i^{-1} \{ \psi_i^T [m] \{1\} 2\eta_i \omega_i g(t) \} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_0^2 & 2\eta_0 \omega_0 \end{bmatrix}, \quad [D_i] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{対称} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\pi S_0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$[D_i]$  中の  $S_0$  は、ホワイトノイズ過程  $Q(t)$  のパワースペクトル密度である。応答  $y$  および  $\ddot{u}$  は定常過程であるから、その共分散が式(8)より容易に求められることを考慮して式(10)を解けば、構造系の非定常ランダム応答の共分散が算定される。なお、上式において  $g(t) = 1$  とすれば、地震動加速度  $\ddot{u}(t)$  は定常ランダム過程となる。

### 4. 数値計算例

紙面の都合により、ここではホワイトノイズ入力に対する解析結果の一部を示すにとどめる。式(7)において  $S_0 = 5.85 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^4}$  とし（水平加速度  $120 \text{ gal}$ 、継続時間25秒の地震に相当する<sup>4)</sup>）、まずモデルAについて、鉛直および水平変位の過渡的非定常応答のR.M.S.値に及ぼす地震継続時間  $t$  の影響を図-3に、また橋梁の減衰定数  $\eta$ （各振動次数とも同一値）の効果を図-4にそれぞれ示した。図-5は、水平地震と同時にパワースペクトル密度  $S_0$  の鉛直地震動加速度をも考え、モデルBの変位応答のR.M.S.値に及ぼす  $\alpha$  の効果を示したものである。

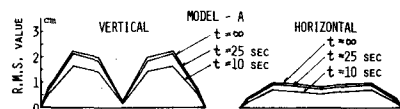


図-3 非定常変位応答のR.M.S.値 ( $R=0.01$ )

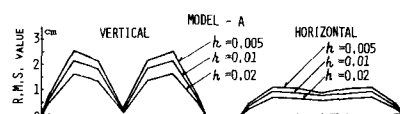


図-4 減衰定数の影響 ( $t=25 \text{ sec}$ )

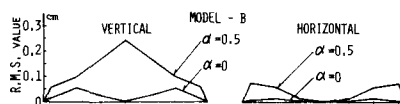


図-5 鉛直地震の影響 ( $R=0.01, t=\infty$ )

### [参考文献]

- 1) Y. K. Lin 著 (森大郎他共訳): 構造動力学の確率論的方法, 培風館, P189, 昭和47年3月。
- 2) 岡村隆敏: 非定常不規則荷重を受ける構造物の自乗平均応答, 長崎工学部研究報告, 第5号, P115, 昭和49年12月。
- 3) 日本道路公団: 工事報告 天草五橋, P736, 昭和42年5月。
- 4) R. W. Clough and J. Penzien: Dynamics of Structures, McGraw-Hill, P613, 1975。