

九州大学応用力学研究所 正員 溝田 武人

1. まえがき 地上又は海中構造物およびその部材のような非流線型物体が自然風や潮流の影響下にあるとき周囲の流線のレイノルズ数は比較的高い。このような非流線型物体のまわりの非定常剥離流を理論的に取扱うためには、物体表面から剥離した自由剪断層を非粘性ポテンシャル渦の要素で置き代える discrete-vortex approximation が現在の所最も有効であるといわれている¹⁾。この方法は、まず物体まわりの非回転流を求め、その流線の中で物体から境界層が剥離する部分に渦の要素を小さな時間ステップ毎に導入し、これらの渦要素が非線型相互作用して集中化したり発達する過程を求め、物体に加わる非定常流体力を求める方法である。現在までに円柱²⁾、傾斜平板^{3,4)}、上流半無限平板、および鋭いエッジを有する流路内の流れ⁵⁾について適用されている。本研究は角柱の空力特性と空力弾性的不安定現象を上記の方法で理論的に取扱う目的を持つ。そして本報告はそのための第1歩として角柱を単位円に等角写像する方法を吟味し、その結果から角柱まわりの非回転流を求めたものである。

2. 定式化 図1に示すように角柱の外部無限領域を平板の範囲でZ平面の図形を有限の大きさに記すために単位円のそれに1対1で対応させるために、Schwartz-Christoffelの変換式を用いると次式のようになる。

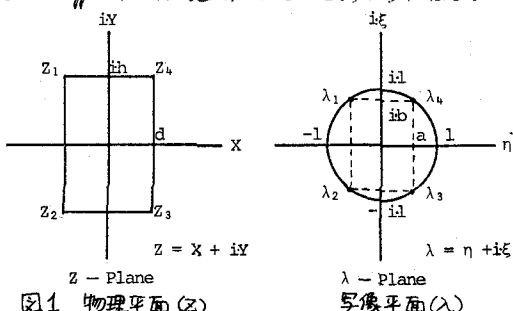


図1. 物理平面 (Z)

写像平面 (λ)

$$dZ = A(1-\lambda_1/\lambda)^{1/4}(1-\lambda_2/\lambda)^{1/4}(1-\lambda_3/\lambda)^{1/4}(1-\lambda_4/\lambda)^{1/4} \dots (1)$$

$$\lambda_{1,2} = -a \pm ib, \lambda_{3,4} = a \mp ib, \mu_{1,2,3,4} = \frac{1}{2} \dots (2)$$

$$|\lambda_{1,2,3,4}| = 1, a^2 + b^2 = 1$$

である。λ平面的単位円外側の無限領域では

$$|\lambda_{1,2,3,4}/\lambda| < 1 \dots (3)$$

であるから、(1)式の右辺の各項は次のようなべき級数展開式で表わすことができる。

$$(1-\lambda_{1,2,3,4}/\lambda)^{1/4} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-3)!!(1-\lambda_{1,2,3,4})^{2n-1}}{n! 2^{2n-1}} \dots (4)$$

ただし、(2n-3)!! = (2n-3)(2n-5)⋯⋯3⋅1, (-1)!! = 1 である。以下の計算において(4)式で n = ∞ とした。その結果(1)式の右辺の展開式が求まり、その式を積分するとにより次式を得る。ただし積分定数は0とする。

$$Z = A\{\lambda + (1-2b^2)\lambda^3 - 3b^2(1-b^2)\lambda^5 - 3b^2(1-b^2)(1-5b^2+5b^4)\lambda^7 \dots (5)$$

角柱の断面比を $k = \frac{2d}{h}$ とし、 $k=0$ (90°平板) ~ ∞ (0°) であるから、λ平面上で

$$\begin{cases} 0 \leq k \leq 1.0 \dots d = k\beta, h = \beta, (Z_{\lambda=1} = k\beta, Z_{\lambda=i} = i\beta) \\ k > 1.0 \dots d = \beta, h = \beta/k, (Z_{\lambda=1} = \beta, Z_{\lambda=i} = i\beta/k) \end{cases} \dots (6)$$

とすれば次式を得る。

$$\frac{1}{9}(k-1)^2 + \frac{1}{5}(428-72k)b^2 - \frac{1}{105}(326-124k)b^4 + \frac{1}{105}(352+152k)b^2 - 2 = 0 \dots (7)$$

次にZ, λ両平面での無限遠までの条件を吟味すれば、 $A=1$ となるので、βは次式のようにbから求められる。

$$\begin{cases} 0 \leq k \leq 1.0 \dots \beta = \frac{1}{9}b^2 - \frac{1}{35}b^4 + \frac{1}{105}b^6 + \frac{15}{105}b^8 \\ k > 1.0 \dots \beta = \frac{1}{9}b^2 - \frac{1}{35}b^4 + \frac{1}{105}b^6 - \frac{35}{105}b^8 + 2 \end{cases} \dots (8)$$

以上の各式からkを与えれば両平面における頂

点の位置が確定する。kに対するa, bおよびd, hの計算

はこゝでAは複素定数である。以下 $i = \sqrt{-1}$ 虚数単位とすれば結果を図2, 図3に示す。^{1.0}

3. 計算結果

こゝで a, b

b = 0, 1.0 のとき(5)式は0°

平板, 90°平板を単位円に

写像する関数に一致する

ことを確かめる。次にZ平

面の角柱まわりの非回転

流れによる流線を求める。

まずλ平面的単位円内まわ

りの複素速度ポテンシヤ

ルシ(λ)は、一様流 $U=1$ が

η軸に対してαだけ傾い

ているとき

$$\psi(\lambda) = e^{i\alpha}\lambda + \bar{e}^{i\alpha}/\lambda \dots (9)$$

とすると

図2 k ~ a, b

図3 k ~ d, h

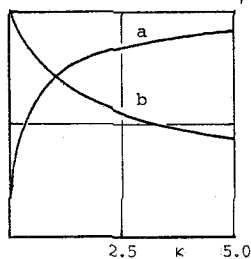


図2 k ~ a, b

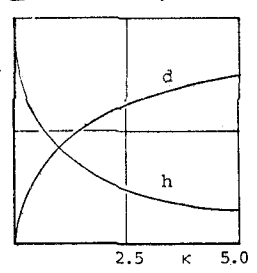


図3 k ~ d, h

流線を画くことができる。次にその流線を(5)式によって2次元に写像した結果を図4に示す。図中流線中の値は座標軸の単位長さに対して定義されている。図4では判別できないが、角柱の境界上の特に4ヶ所の角の部分において $\psi=0$ の流線の曲率半径は、角柱の高さの高さの2%である。この値は、Delany & Sorensen⁹⁾が実験的に角柱の角を丸く加工して抗力係数を測定し流線のレイノルズ数の依存性が現われなかった曲率半径にほぼ等しい。

4. あとがき 以上により種々の断面比を有する角柱のまわりの非回転流れが得られた。本報告自身はSchwartz-Christoffelの変換式を級数展開法で近似的に解く、単なる例題の域を出ないが、今後はこのようにして求めた非回転流れをbasic flowとして渦を導入し、角柱まわりのフローパターンの変化や、種々の空力特性および角柱が振動する場合も含めて、うず励振、ギャロピング、捩りフラッタ等々の剥離流による空力弾性的不安定現象の流体力学的、理論的な説明を行う予定である。おわりに本研究に対し、種々御討議下さった応用力学研究所の友成義正助手に厚くお礼申し上げる。

文献

- 1) 木谷 勝, 有江幹男,
機械学会第11回シンポジウム=70-
パターンの予測-数値解析と実験解
析-, 講演論文集, No. 760-18,
1976, pp. 31-36.
- 2) Gerrard, J. H., Phil. Trans. Roy.
Soc. 261, 1967, pp. 137-162
- 3) Sarpkaya, T., J. Basic Engng. Trans.
A.S.M.E., D90, 1968, pp. 511-520.
- 4) Kuwahara, K., J. Phys. Soc. Japan,
Vol. 35, 1973, pp. 1545-1551.
- 5) Sarpkaya, T., J. Fluid Mech.,
Vol. 63, Part 1, 1975, pp. 109-128
- 6) Clements, R. R., J. Fluid Mech.,
Vol. 57, Part 2, 1973, pp. 324-336.
- 7) 溝田武人, 九大応力研所報, 第46号,
1977, pp. 159-166.
- 8) Evans, R. A. & Bloor, M. I. G.,
J. Fluid Mech., Vol. 82, Part 1,
1977, pp. 115-129.
- 9) Delany, N. K. & Sorensen, N. E.,
NACA, TN 3038, 1953, pp. 1-22.

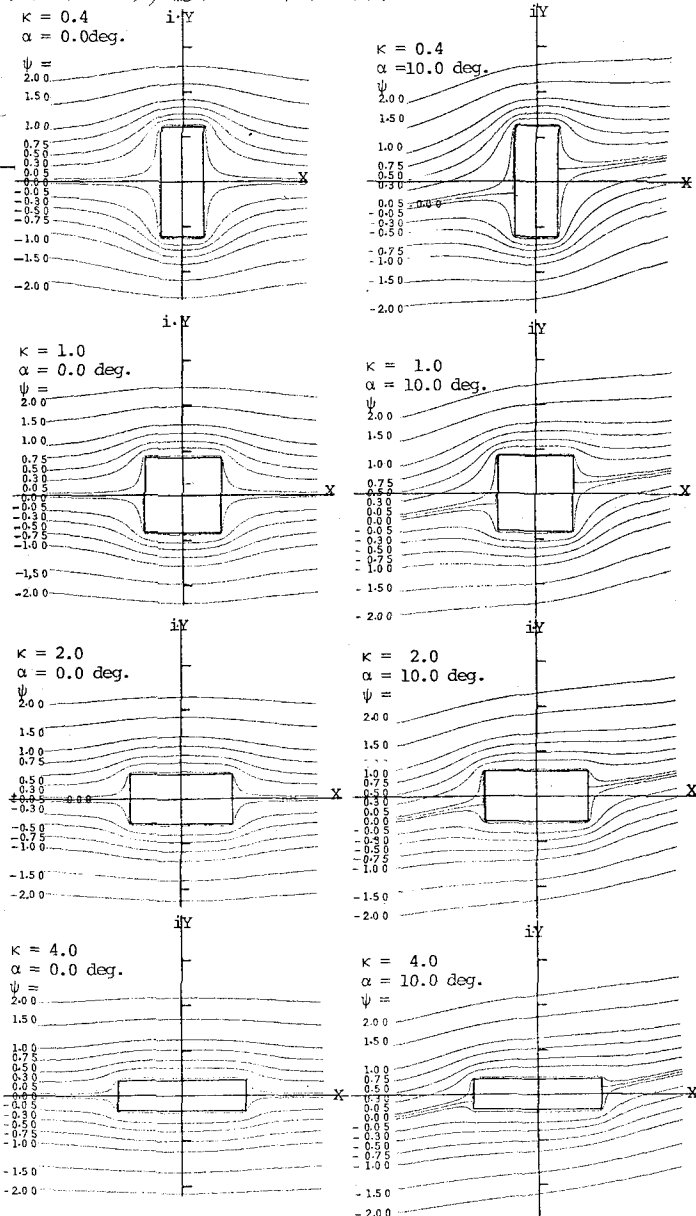


図4 種々の断面比を有する角柱まわりの非回転流れ ($\alpha=0^\circ, 10^\circ$)