

九州大学 正会員 櫻木 武

九州大学 学生員 O土居 隆彦

九州大学 学生員 甲斐 一夫

1. まえがき 近年、自動車交通量が増大し、道路交通の機能が高度化されている。このため、道路の設計、管理あるいは交通の規制に当っては、そこを流れる交通流の事態を十分明らかにするとともに、それらの結果がどのような形で交通流の性格に影響するかと解明しておく必要がある。しかし、実際の道路交通現象はその一つ一つが確率的な要素を含んでおり、全体としてはきわめて複雑な現象を呈している。そこで、本研究においては交通の特性を統計学的にとらえながら、ある時間間隔内に通過する車台数を観測することによりその平均値と分散の比を求め、これより交通量の変動に関する共分散構造を明らかにするものである。 図2.1

2. 共分散構造について いず、図2.1のようなある特定の場所と時間間隔について得られた車台数のマトリックスを考え、 N_{ij} を最小単位(時間間隔)における車台数とする。すなわち、 N_{ij} はそれぞれに独立で一樣に分布したランダム変数であると仮定する。このとき、 N_{ij} の観測値 n_{ij} はランダム変数 N_{ij} のランダムなサンプルとみなされる。さらに、 $Y_{ie} = \sum_{j=1}^{q+1} n_{ij} (e=1, 2, \dots, (s-m+1), m+2, \dots, s)$ とすると $Y_{ie} = \sum_{j=1}^{q+1} n_{ij} (e=1, 2, \dots, (s-m+1), m+2, \dots, s)$ はランダム変数 N_{ij} のランダムなサンプルとみなされる。ここで、サンプルの平均値を $\bar{y}_{ie}$ 、サンプルの分散を S_{ie}^2 とすると次式が成り立つ。 $\bar{y}_{ie} = \frac{1}{q+1} \sum_{j=1}^{q+1} n_{ij}$, $S_{ie}^2 = \frac{1}{q} \sum_{j=1}^{q+1} (n_{ij} - \bar{y}_{ie})^2$ また、 $\text{Var}\{Y_{ie}\} = \text{Var}\{\sum_{j=1}^{q+1} N_{ij}\} = \sum_{j=1}^{q+1} \text{Var}\{N_{ij}\} + \sum_{j=1}^{q+1} \sum_{i \neq k} \text{Cov}(N_{ij}, N_{ik})$ (2) ここに、 Var は分散、 Cov は共分散を意味する。ここで、共分散構造について考察するために次のような式を考えてみる。

$$\frac{\text{Var}\{Y_{ie}\}}{E\{Y_{ie}\}} = \frac{\text{Var}\{\sum_{j=1}^{q+1} N_{ij}\}}{E\{\sum_{j=1}^{q+1} N_{ij}\}} = \frac{\sum_{j=1}^{q+1} \text{Var}\{N_{ij}\} + \sum_{j=1}^{q+1} \sum_{i \neq k} \text{Cov}(N_{ij}, N_{ik})}{E\{\sum_{j=1}^{q+1} N_{ij}\}} \quad (3)$$

図2.1のようなマトリックスが $P\{N_{ij}=0\} \ll 1$ (車が観測されない確率が1に近い) と $P\{N_{ij}>0\} \ll 1$ (車が観測される確率が極めて小さい) のような短い時間間隔について得られるものと仮定する。つまり、 $P\{N_{ij}>0\}$ が無視できるならば、 N_{ij} および N_{ij}^2 の期待値が次のように得られる。 $E\{N_{ij}\} = E\{E\{N_{ij} | N_{ij}>0\} \cdot P\{N_{ij}>0\} + 0 \cdot P\{N_{ij}=0\}\} = P\{N_{ij}>0\} E\{N_{ij} | N_{ij}>0\}$

$E\{N_{ij}^2\} = E\{E\{N_{ij}^2 | N_{ij}>0\} \cdot P\{N_{ij}>0\} + 0 \cdot P\{N_{ij}=0\}\} = P\{N_{ij}>0\} E\{N_{ij}^2 | N_{ij}>0\}$ ここに、 $P_0(0) = P\{N_{ij}=0\}$ とする。ここで、 $\text{Var}\{N_{ij}\} = E\{N_{ij}^2\} - [E\{N_{ij}\}]^2$ であり、ここに上記2式を代入すれば、 $\text{Var}\{N_{ij}\} = P_0(0) E\{N_{ij}^2 | N_{ij}>0\} - [P_0(0) E\{N_{ij} | N_{ij}>0\}]^2$ となる。

$$\text{よって、} \frac{\text{Var}\{N_{ij}\}}{E\{N_{ij}\}} = \frac{P_0(0) E\{N_{ij}^2 | N_{ij}>0\} - [P_0(0) E\{N_{ij} | N_{ij}>0\}]^2}{P_0(0) E\{N_{ij} | N_{ij}>0\}} = \frac{E\{N_{ij}^2 | N_{ij}>0\}}{E\{N_{ij} | N_{ij}>0\}} - P_0(0) E\{N_{ij} | N_{ij}>0\} \quad (4)$$

$$\text{ここで、} P_0(0) \approx 1 \text{ (より } 1 - P_0(0) \approx 0 \text{ であり)、したがって } 1 - P_0(0) E\{N_{ij} | N_{ij}>0\} \approx 0 \text{ となるから式(4)が次のように誘導される。}$$

$$\frac{\text{Var}\{N_{ij}\}}{E\{N_{ij}\}} \approx \frac{E\{N_{ij}^2 | N_{ij}>0\}}{E\{N_{ij} | N_{ij}>0\}} \approx \frac{0 \cdot P\{N_{ij}=0 | N_{ij}>0\} + 1^2 P\{N_{ij}=1 | N_{ij}>0\} + \dots}{0 \cdot P\{N_{ij}=0 | N_{ij}>0\} + 1 \cdot P\{N_{ij}=1 | N_{ij}>0\} + \dots} \approx \frac{1^2 P\{N_{ij}=1 | N_{ij}>0\}}{1 \cdot P\{N_{ij}=1 | N_{ij}>0\}} \approx 1 \quad (5)$$

以上より、 $P\{N_{ij}>0\}$ が無視できる場合には、短い時間間隔における車台数に関する平均値と分散の比はほとんど1に等しいということが説明できる。すなわち、大部分の時間帯で1台の車も観測されないような短い時間間隔で車台数を数えるならば、平均値と分散の比は1に近いことが観測されるであろう。しかし、前述のようなモデルを実際に用いることはなかなか難しい。なぜならば、どんな時間帯においても1台以上の車が観測される確率が無視できるような短い時間間隔で車台数を数えることは困難であるからである。このような場合には、次のように前述の式を拡張することにより説明できる。すなわち、式(3)において $P\{N_{ij}>0\}$ が無視できるならば、

$$\sum_{j=1}^{q+1} \frac{\text{Var}\{N_{ij}\}}{E\{N_{ij}\}} = 1 \text{ より } \frac{\text{Var}\{Y_{ie}\}}{E\{Y_{ie}\}} = 1 + \frac{\sum_{j=1}^{q+1} \sum_{i \neq k} \text{Cov}(N_{ij}, N_{ik})}{\sum_{j=1}^{q+1} E\{N_{ij}\}} \quad (6)$$

また、 $P\{N_{ij}>0\}$ が無視できない、すなわち、車が集団で到着するような場合に

いては次のように示すことができる。

$$\frac{\text{Variance}}{\text{Expect}} \approx \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (P_{ij}(1) + 2^2 P_{ij}(2) + \dots) + \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{i=2}^{n-1} \frac{P_{ij}(1)}{2} \text{Cor}(N_{ij}, N_{i+1,j})}{\sum_{i=1}^{n-1} (P_{ij}(1) + 2 \cdot P_{ij}(2) + \dots)} \quad (17)$$

以上より、 N_{ij} 間に存在する共分散は、車台数に関する平均値と分散の比を考察することによって明らかにすることが出来る。すなわち、比の値が1より大きい、小さい、あるいは1に近いことによって N_{ij} 間の共分散が正、負、0ということになるものである。

図3.1 (上) 北九州方面行き車線

3. 観測結果及びその考察 観測は国道3号線において午前7時から12時までの5時間、2分おきの車台数を数えることにより行なった。その間の交通量(時間的変動)を上り、下り車線別に表示してそれぞれ図31, 図32のようになる。ところで、2.2で述べたことより考えるとこれらの観測値の平均値と分散の比を時間間隔を横軸としてプロットしたグラフは、時間間隔が長くなるにつれて、1より増加するもの、1より減少するもの、ほぼ1に近く平らになるものの3種類に大別出来る。それらの各々についてこの例を図33, 図34, 図35に示す。図33は観測した全時間帯における平均値と分散の比をプロットしたものである。この図においてより、下り車線ともに平均値と分散の比が時間間隔に依りて増加膨張となっている。このことは、車の流れが定常でないことより正の共分散が生じたためと推定出来る。また、この図において上り車線に比し、下り車線の勾配が大きいことは、図31, 図32より明らかのように、下り車線における交通量の変動が大きいことに起因している。

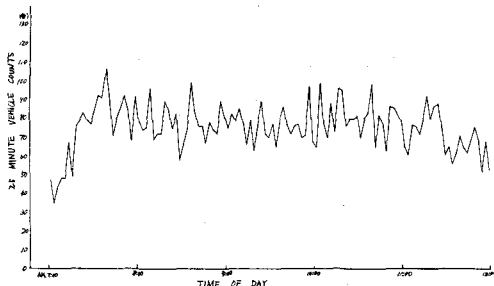


図3.2 (下) 福岡方面行き車線

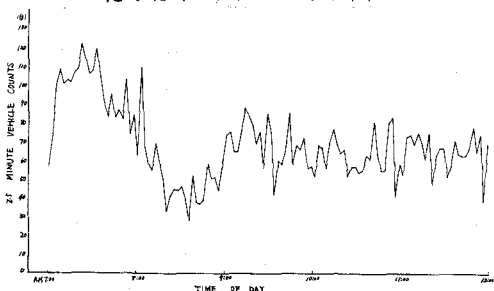
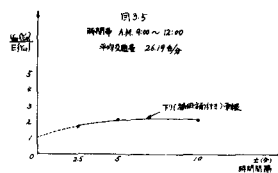
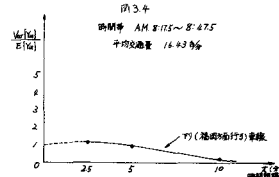
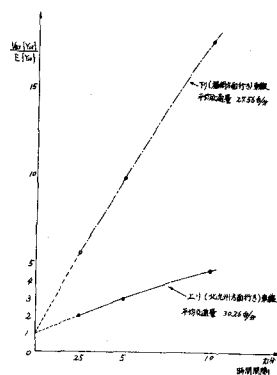


図3.3 時間帯 AM 7:00 ~ AM 12:00



すなわち、下り車線では福岡市中心部へ向う通勤交通のピークが存在し、交通量出現の非定常性が強く表われていることによるものである。図34は、下り車線において混雑が最も激しい時間帯におけるグラフである。この図においては平均値と分散の比は時間間隔に関して減少膨張となっており、これは次のように説明出来る。すなわち、この時間帯では混雑がひどく、いわゆる渋滞がおこり、車の流れが拘束された一様流に近いものとなり、各時間単位の交通量に負の共分散が生じたものと解釈出来る。また、図32において、交通量の変動が大きい時間帯7時~9時を越えた時間帯9時~12時について同様のグラフを描けば図35のとおりである。このグラフは平均値と分散の比が1~2の値で与えられるほぼ平らな曲線となっている。このことは、この時間帯では車の流れは渋滞をおこすほどでもなくスムーズに流れている状態、すなわち、ほとんど拘束のない定常流であると考えられる。

以上より、短い時間間隔における分散の大きさは平均値と同じオーダーであり、平均値と分散の比は1から2の間に限られている。時間間隔が長くなると平均値と分散の比は種々の値をとることがわかる。このことは、時間間隔が短い場合、言い換えれば交通量が多い場合には、車の到着台数がポアソン分布とすることが必ずしもあてはまらない事実を明らかにするものである。