

九州大学 正員 井島武士
同 学生員 周 宗仁九州大学 学生員 川原田秋彦
同 仁禮 吉昭

1. まえがき

離岸堤などに用いられている潜堤について、グリーン公式を用いて、理論解析し、実験を行なったので、ここに報告する。

2. 理論

閉曲線Dにより囲まれる開領域内で、ラプラスの方程式を満足し、連続性2次の導関数をもつ、関数 $\Phi(x, z)$ は、境界線D上の関数値 $\Phi(\xi, \eta)$ と、外向き法線 ν に関する導関数 $\partial\Phi(\xi, \eta)/\partial\nu$ により、

$$\Phi(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_D \left\{ \Phi(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial(\nu h_0)} \log(r/h_0) - \frac{\partial \Phi(\xi, \eta)}{\partial(\nu h_0)} \log(r/h_0) \right\} dS/h_0 \quad \dots (1)$$

ここで $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (z-\eta)^2}$, h_0 (一定) は開領域の代表的な長さで、積分は反時計廻りの線積分である。点 (x, z) が境界線D上の点 (ξ, η) と一致するとせば、(1)式より、

$$\Phi(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi} \int_D \left\{ \Phi(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial(\nu h_0)} \log(R/h_0) - \frac{\partial \Phi(\xi, \eta)}{\partial(\nu h_0)} \log(R/h_0) \right\} dS/h_0 \quad \dots (2)$$

ここで、 $R = \sqrt{(\xi-\xi)^2 + (\eta-\eta)^2}$ である。

境界線Dを、N個の微小要素に分割し、各要素の中心点 (ξ_j, η_j) , ($j=1 \sim N$), 長さ ΔS_j とすると、(2)式は次の差分方程式になる。

$$\Phi(\xi) = \sum_{j=1}^N (\bar{E}_{ij} \Phi(j) - E_{ij} \bar{\Phi}(j)) \quad \dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{上式で } \bar{\Phi}(j) &= \partial\Phi(j)/\partial(\nu h_0) \\ E_{ij} &= \int_{\Delta S_j} \frac{1}{\pi} \log(R_{ij}/h_0) dS/h_0 \\ \bar{E}_{ij} &= \int_{\Delta S_j} \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial(\nu h_0)} \log(R_{ij}/h_0) dS/h_0 \\ R_{ij} &= \sqrt{(\xi_j - \xi_i)^2 + (\eta_j - \eta_i)^2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式(3)は、D上のN個の点の各々において成立する。 $\Phi(j)$ と $\bar{\Phi}(j)$ に関するN個の一次方程式を表している。式(3)とは独立に各々の点において、 $\Phi(j)$, $\bar{\Phi}(j)$ の間に別の一次の関係式が与えられるなら、式(3)と共に連立方程式として解くことが出来る。

開領域内の任意点 (x, z) におけるポテンシャル関数は式(1)により、

$$\Phi(x, z) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N (\bar{E}_{ij} \Phi(j) - E_{ij} \bar{\Phi}(j)) \quad \dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで } E_{ij} &= \int_{\Delta S_j} \frac{1}{\pi} \log(R_{ij}/h_0) dS/h_0 \\ \bar{E}_{ij} &= \int_{\Delta S_j} \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial(\nu h_0)} \log(R_{ij}/h_0) dS/h_0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$R_{ij} = \sqrt{(\xi_j - x)^2 + (\eta_j - z)^2}$ と計算出来る。

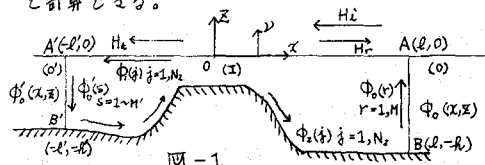


図-1

図のように各点を定めると、速度ポテンシャルは $\Phi = g z / \omega \phi(x, z) e^{i \omega t}$ とすれば、

$$(0) \text{領域では } \Phi_0(x, z) = [e^{i \omega(x-L)} + \psi e^{-i \omega(x-L)}] A(L, z)$$

$$(0') \text{領域では } \Phi_0'(x, z) = \psi' e^{i \omega(x+L)} A(L, z)$$

$$\text{ここで } A(L, z) = \cosh k(L+z)/\cosh kL, \quad A(L, z) = \cosh k(L-z)/\cosh kL$$

$$K_1 = |\phi|, \quad K_2 = |\phi'| \quad \dots (7)$$

$$\text{自由表面条件は } \bar{\Phi} = \Gamma \Phi \quad (\Gamma = \sigma k / g) \quad \dots (8)$$

$$\text{水底条件は } \bar{\Phi} = 0 \quad \dots (9)$$

よって以上の関係より、 $\lambda_0 = k h_0$, $\lambda'_0 = k' h_0$ として

$$\begin{aligned} & -\Phi(\omega) + \sum_{j=1}^N (\bar{E}_{ij} - \Gamma E_{ij}) \Phi(j) + \sum_{j=1}^N \bar{E}_{ij} \Phi(j) \\ & + \psi \sum_{j=1}^N (\bar{E}_{ir} - \lambda_0 E_{ir}) + \psi' \sum_{j=1}^N (\bar{E}_{is} + \lambda'_0 E_{is}) \\ & = -\sum_{j=1}^N (\bar{E}_{ir} - \lambda_0 E_{ir}) A(L, z_r) \quad \dots (10) \end{aligned}$$

また、境界線上AB, A'B'の $\lambda = (L, z_p)$, $\lambda = (-L, z_p)$ では、 $\Phi(\lambda) = (1+\psi) A(L, z_p)$, $\Phi(\lambda) = \psi' A(L, z_p)$ --- (11)

と各々おくことにより、 $(N_1 + N_2 + 2)$ 個の連立一次方程式が得られ、これを解いて未知数を求めれば、境界線上のポテンシャルが求められ、さらに式(6)により領域内各点のポテンシャルを求めることが出来る。

3. 実験および実験装置

長さ22m、幅1m、深さ60cmの7字形式造波板をもつ2次元水路を使用した。堤体は木製の板を用いて造り、水路中央に固定し、水深 $h=40\text{cm}$ 、入射波高を35~45cm、周期 $T=0.90\sim 2.00\text{sec}$ にして、容量式波高計を用いて、図-1のようにHealyの方法により、反射率、通過率を測定した。

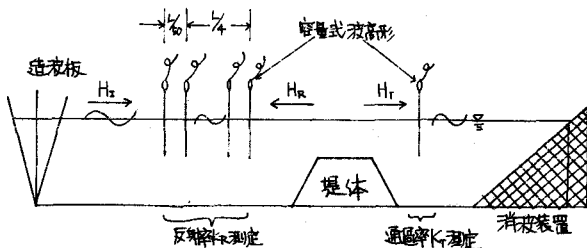


図-2 実験装置

4. 計算および実験結果

図-3は、潜堤の高さが、0.7h(水深 h)、天端幅が、0.5hで、前後面に同じ傾斜面を設けた時、また、図-4は、図-3と同じ条件で、天端幅を1.0hにした時、図-5は、天端幅を0.5h、直立とSlopeが1:1の場合の、各々潜堤の高さが、0.7h, 0.85hの時の反射率 K_R の計算値と実験結果である。

何れの場合も、nodal point(0点)をもち、その位置は、天端幅が狭い程大きな周波数に移る。即ち天端幅が狭い程、安定した反射率を得る。このことは、天端幅が広い時、堤上水域の自由振動により、エネルギー輸送が行われているためである。また周波数が大きくなると、何れも反射率 K_R は小さくなるが、これは波のenergy fluxは短くなるにつれて静水面付近に集中するためである。また反射率 K_R は潜堤の高さとともに増大するが、nodal point 付近ではこのことは言えない。傾斜面をゆるやかにするに依りて、何れも、反射率 K_R は小さくなる。これは傾斜面が、上述のエネルギー輸送を助長する働きをしているためである。

参考文献；

井島武士，周宗仁，吉田明德
“グリーン公式による有限水深の波の2次元境界値問題の解法”

九州大学工学集報(昭和50年12月)

