

九州大学工学部 正員 栗谷陽一

九州工業大学 正員 ○藤崎一裕

1. まえがき

横流式沈殿池では、池内の偏流、乱れ、洗掘、密度流などの理想的流況からのかによりが除去率を大きく支配する。ことに、沈殿池内の乱流拡散はこの種の沈殿池の設計、操作に無視できない要因であるが、池内の乱れの構造にまで立ち入った理論は現在までほとんど確立されていなく、一様乱流としての取扱ひから除去率が求められている段階である。^{1,2)} 本報では、池内の流れを2次元等流で近似し、混合距離の理論を用いて沈殿池内の乱れの強さと濃度分布との関連を求めた。

2. 基礎式および解

図1のように座標軸をとり、流下方向の流速を u とし、池内の流れを2次元等流で表わして対数分布を仮定すると、

$$\frac{u}{u_*} = A + \frac{1}{K} \ln \frac{u_* y}{\nu} = \frac{1}{K} \ln \frac{y}{y_0} \quad \text{----- (1)}$$

となる。ここに $u_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ 摩擦速度、 τ_0 : 池底せん断応力、 ρ : 流体の密度、 K : Kármánの定数、 $y_0 = 11.6\nu/u_*$: 粘性底層の厚さ ($A=5.5$ とした。) ν : 動粘性係数である。一方けん濁粒子の拡散方程式は

$$u \frac{\partial C}{\partial x} - w_s \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (D_e \frac{\partial C}{\partial y}) \quad \text{----- (2)} \quad D_e = \beta E_s = \beta K u_* y (1 - y/h) \quad \text{----- (3)}$$

(注: 沈殿池の水深)

と表わせる。ここに、 C : 平均濃度、 w_s : 粒子の沈降速度である。拡散係数 D_e については、上記式(3)の仮定を用い、 $\beta=1$ とした。(注: 渦動粘性係数) Rouseは式(2)の左辺第1項がない場合について、浮流砂の濃度分布を求めている。式(1)、(3)と式(2)に代入して、濃度分布の変化を示す式(4)がえられる

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{\ln y/y_0} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{w_s K}{u_*} C + K^2 y (1 - \frac{y}{h}) \frac{\partial C}{\partial y} \right\} \quad \text{----- (4)}$$

このときの境界条件としては、底面からの再浮上はないものとして以下の式を用いた。

$$C = C_0, (x=0, 0 < y < h) \quad \text{--- (5.1)}, \quad w_s C + D_e \frac{\partial C}{\partial y} = 0, (x > 0, y=h) \quad \text{--- (5.2)}, \quad C = C_0, (x > 0, y=y_0) \quad \text{--- (5.3)}$$

式(4)を無次元化すると

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{x}} = \frac{K^2}{\ln \bar{y}/\bar{y}_0} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left\{ Z \bar{C} + \bar{y} (1 - \bar{y}) \frac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{y}} \right\}, \quad Z = w_s / (K u_*) \quad \text{----- (6)}$$

となる。ここで $\bar{x} = x/h$, $\bar{y} = y/h$, $\bar{y}_0 = y_0/h$ である。

変数分離法により式(6)の解を求める。 $\bar{x}$, $\bar{y}$ の任意関数の積(式(7))と式(6)に代入して

$$\bar{C} = f(\bar{x}) \cdot g(\bar{y}) \quad \text{----- (7)}$$

$$\frac{f(\bar{x})}{f(\bar{x})} = K^2 \left[\left\{ Z + (1 - 2\bar{y}) \right\} g'(\bar{y}) + \bar{y} (1 - \bar{y}) g''(\bar{y}) \right] / \left[\ln \frac{\bar{y}}{\bar{y}_0} \cdot g(\bar{y}) \right] \quad \text{----- (8)}$$

がえられる。'はそれぞれの変数に関する微分を示す。式(8) = $-\lambda_{nn}$ (定数) とおくと

$$\frac{f(\bar{x})}{f(\bar{x})} = -\lambda_{nn} \quad f = f(0) e^{-\lambda_{nn} \bar{x}} \quad \text{----- (9)}$$

$$\bar{y} (1 - \bar{y}) g''(\bar{y}) + (Z + 1 - 2\bar{y}) g'(\bar{y}) + \lambda_{nn} \ln (\bar{y}/\bar{y}_0) g(\bar{y}) = 0 \quad \text{----- (10)}$$

となる。ここで $\lambda_n = \lambda_{nn} / K^2$ である。式 (10) の境界条件は以下の2式となる。

$$q(\bar{y}_0) = 1 \quad \text{----- (11.1)}$$

$$q(1) = 0 \quad \text{----- (11.2)}$$

式 (11.1) を満足する式 (6) の解 $q(\bar{y}) = q_d$ は $\bar{y} = \bar{y}_0$ の近傍でつぎのように展開される。

$$q_d(\bar{y}) = a_0 + a_1 \bar{y} + a_2 \bar{y}^2 + a_3 \bar{y}^3 + \dots + a_n \bar{y}^n + \dots \quad \text{----- (12)}$$

式 (12), (10), (11.1) から

$$a_1 = -\frac{\lambda_n(b_0 - \ln \bar{y}_0)}{Z+1} a_0, \quad a_2 = -\frac{\lambda_n(a_0 b_1 + a_1 b_0) - (2 + \lambda_n \ln \bar{y}_0) a_1}{4 + 2Z},$$

$$a_n = -\frac{1}{n(n+Z)} \left\{ \lambda_n \sum_{i=0}^{n-1} a_i b_{n-i-1} - (2n + \lambda_n \ln \bar{y}_0) a_{n-1} \right\} \quad \text{----- (13)}$$

ここで b_i は式 (10) の $\ln \bar{y}$ を $\bar{y}_0 < \bar{y} < 0.6$ で最小2乗法によりべき級数近似したときの係数である。なお通常の沈殿池の場合 $\bar{y}_0$ の値は非常に小さく、 $\bar{y}_0$ 以下を無視しても実用上の問題は生じない。

$\bar{y}$ の増大とともに、級数の収束が悪くなるので解 $q(\bar{y}) = q_u$ を $\bar{y} = 1$ の近傍でもう一度 Taylor 級数に展開する。 $\zeta = 1 - \bar{y}$ とおくと、式 (14), (10), (11.2) から

$$q_u(\bar{y}) = q_u(1-\zeta) = \zeta^2 (a'_0 + a'_1 \zeta + a'_2 \zeta^2 + a'_3 \zeta^3 + \dots + a'_n \zeta^n + \dots) \quad \text{----- (14)}$$

$$a'_1 = \frac{Z^2 - \lambda_n(b'_0 - \ln \bar{y}_0)}{Z+1} a'_0, \quad a'_2 = \frac{\{(Z+1)^2 + \lambda_n \ln \bar{y}_0\} a'_1 - \lambda_n(a'_0 b'_1 - a'_1 b'_0)}{2(Z+2)}$$

$$a'_n = \frac{1}{n(n+Z)} \left\{ \{(Z+n-1)^2 + \lambda_n \ln \bar{y}_0\} a'_{n-1} - \lambda_n \sum_{i=1}^n a'_i b'_{n-i-1} \right\} \quad \text{----- (15)}$$

ただし、 b'_i は $\ln \bar{y} = \ln(1-\zeta)$ を $0 < \zeta < 0.8$ で級数近似したときの係数である。

$\bar{y} = \bar{y}_0$ で

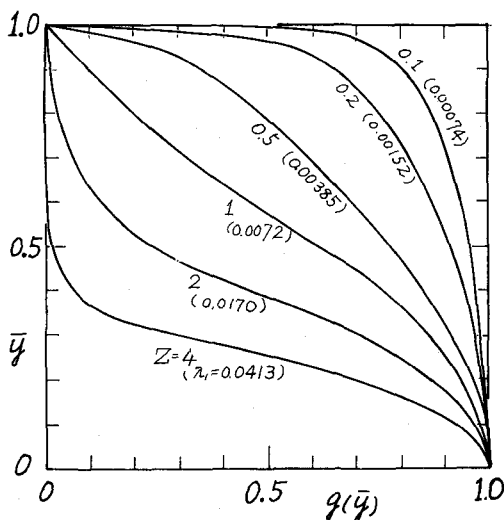
$$\frac{q_u(\bar{y}_0)}{q_d(\bar{y}_0)} = \frac{q'_u(\bar{y}_0)}{q'_d(\bar{y}_0)} \quad \text{----- (16)}$$

を満たす固有値 λ_n を順次求めた。

計算結果より得られた1次の固有値 λ_1 および固有関数の形を右図に示す。 λ_1 の値は沈降速度 w と乱れ強度を代表する u_* との比で定まり、 Z の値の小さいほど、

($u_* > w$ とするほど) 高除去率に対する残留濁度が指数関数に移行する様子が伺われる。この点については、2次以上の固有値および固有関数を求め、初期値問題として解明すべきことで、今後検討を進める予定である。さらに実際には、流入に伴う乱れの影響などもありこれらの事項についても別に検討を要する。(数値計算では $\bar{y}_0 = 0.0068$, $k = 0.4$, $\bar{y}_c = 0.5 \sim 0.3$ とし、 $\ln \bar{y}$ は、それぞれの区間で7次式で近似したものをを用いた)

図 2



参考文献

- 1) Camp, T.R. : Proc. ASCE, Vol. 71, 1945
- 2) Goda, T. : Memories of the faculty of Engrg., Kyoto Univ., Vol. 15, 1953, No 4