V —12

湾域における汚染物質の拡散解析について

九州産業大学　正員　加納　正道
九州産業大学　正員　崎山　正常
九州産業大学　学生員 ○細川 土佐男

<u>1. まえがき</u>　湾域汚染問題を取り扱う場合に，筆者らはこれまでに拡散係数を物理的に妥当な式で与えること[1]，偽拡散誤差を数値移送係数の形で導入補正[2),3)]すること，汚染問題を2次元問題として取り扱い2次元拡散問題を解くには1次元の拡散方程式を x, y 方向に2回適用する（以後2回で解くと記す）ことを提案してきた[2),3)]。本報は，さらに，数値移送係数による補正の吟味および，2次元問題を2回で解く方法と2次元問題をそのまま2次元拡散方程式で解く方法（以後1回で解くと記す）との比較を行ない，その結果を吟味したものである。

<u>2.数値移送係数による補正</u>　数値移送係数は，前報など[2),3)]に定義したが，湾域汚染問題の種々の濃度勾配と流速の組合せの場合を考察した結果，(1)式で示す C_N が前報などに定義したものより妥当であることが解った。

$$C_{N,x,i}=\begin{cases}(U_i\cdot\Delta t/2\Delta x)(1-U_i\cdot\Delta t/\Delta x)\cdots U_i\geqq 0\\(U_i\cdot\Delta t/2\Delta x)(1+U_i\cdot\Delta t/\Delta x)\cdots U_i<0\end{cases}\cdots(1)$$

(1)式による補正を調べるために，補正を入れない計算を行なって比較した。図-1は，補正を行なった場合と行なわない場合との濃度－時間曲線で示したもので，補正を行なわない場合は補正を行なう場合に比較して，濃度のピーク値が大きく，また，ピーク時間が早く，補正の効果が顕著にあらわれている。また，図-2と図-3に拡散開始2.5分経過後の等濃線を，図-4と図-5に5分経過後の等濃度線を補正した場合としない場合とについて示している。これらの図より補正しない場合は補正を行なう場合よりも移送による拡散が早いことがわかる。

<u>3. 1回で解く基礎式と手法</u>　解析の対象とする現象は，図-2～図-7に示すような模型における拡散である。その基礎方程式は，(2)式である。

$$\frac{\partial S}{\partial t}=-\frac{\partial(US)}{\partial x}-\frac{\partial(VS)}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x\frac{\partial S}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_y\frac{\partial S}{\partial y}\right)\cdots(2)$$

ここに，S は汚染物質濃度を示し，U, V はそれぞれ x, y 方向に平均化した流速であり，ここでは実験による観測値を用いている。また，K_x, K_y はそれぞれ x, y 方向の拡散係数であり，さきに検討した $K_x=2.11\sqrt{g}\,n\,h^{5/6}V$, $K_y=2.11\sqrt{g}\,n\,h^{5/6}U\cdots(3)$ により求める。解析手法としては(2)式を差分化して数値計算する。この場合，数値解の安定性と収束性を考慮して，右辺第一項と第二項の移送項には，陰形式の前方差分と後方差分を流速 U, V の正負により選択採用し，第三項と第四項の拡散項には陰形式の中央差分を採用している。また，偽拡散誤差の補正は，(1)式の数値移送係数を移送項に適用し，補正を行なわない場合については $C_{N,x,i,j}$ と $C_{N,y,i,j}$ を省いたものになる。　そこで，$U_{i,j}\geqq 0$ で $V_{i,j}<0$ の場合は

$$S_{i,j}^{k+1}=S_{i,j}^{k}+\left(\frac{U_{i,j}\Delta t}{\Delta x}-C_{N,x,i,j}\right)\left(S_{i-1,j}^{k+1}-S_{i,j}^{k+1}\right)+\left(\frac{V_{i,j}\Delta t}{\Delta y}-C_{N,y,i,j}\right)\left(S_{i,j}^{k+1}-S_{i,j+1}^{k+1}\right)$$
$$+\frac{\Delta t\cdot K_{x,i,j}}{(\Delta x)^2}\left(S_{i-1,j}^{k+1}-2S_{i,j}^{k+1}+S_{i+1,j}^{k+1}\right)+\frac{\Delta t\cdot K_{y,i,j}}{(\Delta y)^2}\left(S_{i,j-1}^{k+1}-2S_{i,j}^{k+1}+S_{i,j+1}^{k+1}\right)\cdots\cdots(4)$$

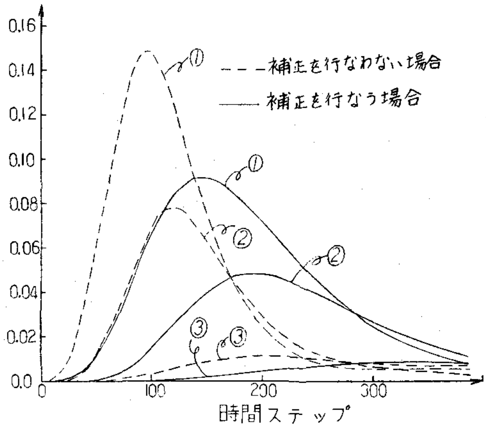
となる。$U_{i,j}\geqq 0$ で $V_{i,j}\geqq 0$, $U_{i,j}<0$ で $V_{i,j}\geqq 0$ および $U_{i,j}<0$ で $V_{i,j}<0$ の組合せについても(4)式と同様な式がえられる。図-2に示す湾域（メッシュの個数 16×15=240）において，境界条件を考慮して(4)式などを展開すれば131元［14×13－陸部メッシュの個数(51)］連立一次方程式がえられる。この連立一次方程式をGauss－Jordanの消去法と，バンドマトリックス[4)]を使用したGaussの消去法とで解いた。

<u>4. 1回で解く手法と2回で解く手法との比較</u>　次に，1回で解く手法と2回で解く手法[3)]において，電子計算機の記憶容量，演算回数およびその計算結果について述べよう。いま，湾域分割の数を M×N〔M≧N〕個とすると，記憶容量の最大値の比はGauss－Jordanの消去法では $(M\times N-\text{陸部のメッシュの個数})^2/M^2$ であり，いまの場合〔M＝14個，N＝13個〕にはこの比は

$1716/196 \fallingdotseq 87.5$ となる。なおバンドマトリックス[4]を使用すれば記憶容量は$(M\times N-\text{陸部のメッシュの個数})\times(2M+1)/4M$となり，いまの場合には，この比は$3799/64 \fallingdotseq 59.4$となる。また，演算回数の比はGauss－Jordanの消去法では$\{(M\times N-\text{陸部のメッシュの個数})^3/2\}$[5]$/\{M^3/2\times N+N^3/2\times M\}$であり，いまの場合には，この比は$1124045/33215 \fallingdotseq 33.8$となる。バンドマトリックスを使用すれば$[(M\times N-\text{陸部のメッシュの個数})\times 1/2\times\{1/2(2M+1)+1\}^2+2\times(M\times N-\text{陸部のメッシュの個数})\times\{1/2(2M+1)+1\}]$[6]$/[(M\times 2^2/2+2\times M\times 2)\times N+(N\times 2^2/2+2\times N\times 2)M\}]$，いまの場合この比は$18667/2184 \fallingdotseq 8.5$となる。次にこの場合の拡散解析結果の比較を図－3と図－6および図－5と図－7で行なえば，はじめの2.5分経過の等濃度線はややずれているが，5分経過後のそれはほぼ一致している。

5. むすび

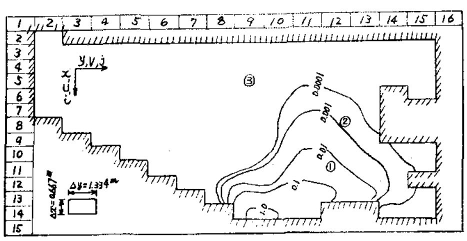
本報では，拡散方程式を1回で解く場合と2回で解く場合とについて検討したが，以上を要約すると次のようなことがいえる。1)数値移送係数による偽拡散の補正を行なうとその影響はピーク濃度およびその出現時刻にかなり波及する。2)1回で解く手法と2回で解く手法とでは，記憶容量および演算回数は前者が多いが，計算結果は時間の経過とともにほとんど一致してくる。



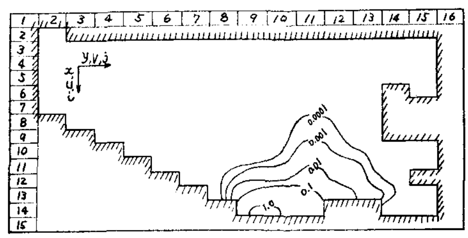
図－1　①,②,③地点のSとtとの関係

参考文献

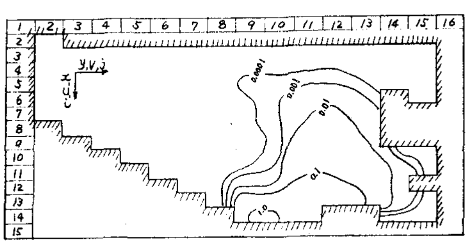
1) 加納，崎山：拡散模型実験についての二，三の考察，土木学会第30回年講
2) 加納，崎山他：湾内汚染物質の数値モデルについて，土木学会西部支部S50年度年講
3) 加納，崎山：湾域における汚濁物質の拡散解析について，第4回環境問題シンポジウム講演集（1976）
4) 土木学会編：土木工学における数値解析／基礎編　P23
5) 一松信：FoRTRAN算法入門，　P83
6) 土木学会編：土木工学における数値解析／基礎編　P25



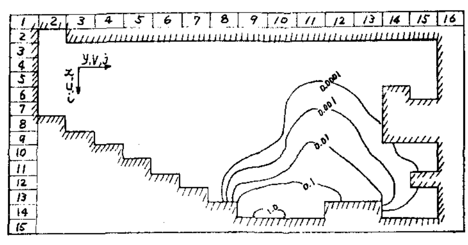
図－2　等濃度線（2.5分後）補正を行なわないで1回で解いた場合



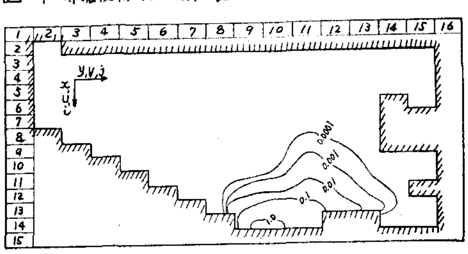
図－3　等濃度線（2.5分後）補正を行ない1回で解いた場合



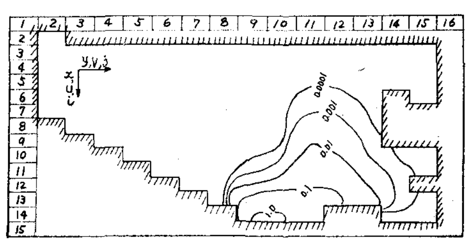
図－4　等濃度線（5分後）補正を行なわないで1回で解いた場合



図－5　等濃度線（5分後）補正を行ない1回で解いた場合



図－6　等濃度線（2.5分後）補正を行ない2回で解いた場合



図－7　等濃度線（5分後）補正を行ない2回で解いた場合