

九州大学 正員 橋 東一郎
 " 正員 小松 利光
 " 学生員 松尾 真治

I. 一般に乱流は、種々のスケールをもつ複雑に乱れた流れであり、そのスケールの大きさによって、生成・慣性・粘性領域の三つに分類される。Kormogoroff は非等方性乱れにおいても小さなスケールの乱れを対象とすれば、等方性乱れとしての取り扱いができるといういわゆる局所等方性の概念を導入することにより、慣性域に属するような中間スケールの乱れ特性は、エネルギー逸散率； ϵ 、波数； k のみによって、又粘性域の小さな乱れの特性は、 ϵ 、 k 、動粘性係数； ν で記述されるとした。慣性域では、次元解析より次式となる。

$$F(k) = A \cdot \epsilon^{2/3} \cdot k^{-5/3} \quad A: \text{普遍定数} \quad (1)$$

粘性域では ν を含むため次元解析では関数形は決まらず、普遍関数； f_v を含んだ形で表わされる。

$$F(k) = \epsilon^{2/3} \cdot k^{-5/3} \cdot f_v(\epsilon^{1/3} \cdot k^{-4/3} / \nu) \quad (2)$$

f_v は $\epsilon^{1/3} \cdot k^{-4/3} / \nu$ が非常に小さい時、 $F(k)$ が0に近づくことを考慮して次の様に仮定する。

$$f_v(\epsilon^{1/3} \cdot k^{-4/3} / \nu) \propto (\epsilon^{1/3} \cdot k^{-4/3} / \nu)^a$$

ここで、 $a = 1$ にとると、井上による-3乗則、 $a = 4$ でHeisenbergの-7乗則となる。

II. 慣性領域 流れ方向の速度変動 u' のスペクトル $F_u(k)$ については、実験的にもすでに多くの分野で検証が成されている。Fig-1は、表面噴流で得られた $F_u(k)$ を ϵ 、 ν で無次元表示したものであり、-5乗則が良く成り立っている。周波数スペクトルから波数スペクトルへの変換は、Taylorの凍結乱流の仮定を用いている。Fig-2は

式(1)の妥当性を検討する為、実験から得られた $F_u(k)$ に-5乗則(慣性域)を当てはめ、値を読みとり計算したものである。直線の勾配は3/5を示しており式(1)の成立性を良く示している。スペクトル定数は、 $(A/3)\epsilon = 0.48$ が得られている。

流れに垂直な方向の流速変動 v' のスペクトルは u' のスペクトルに比して、-5乗則の適用範囲が狭い。これは、石原・余越・上野らの河川における測定値と同様、 v' の変動が水面

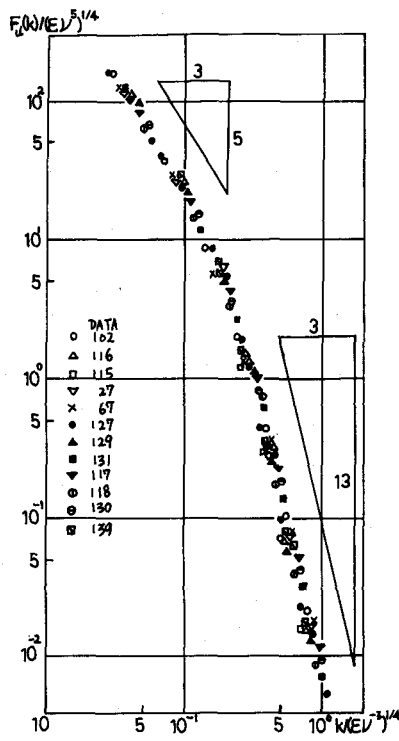


Fig-1. u' のスペクトル

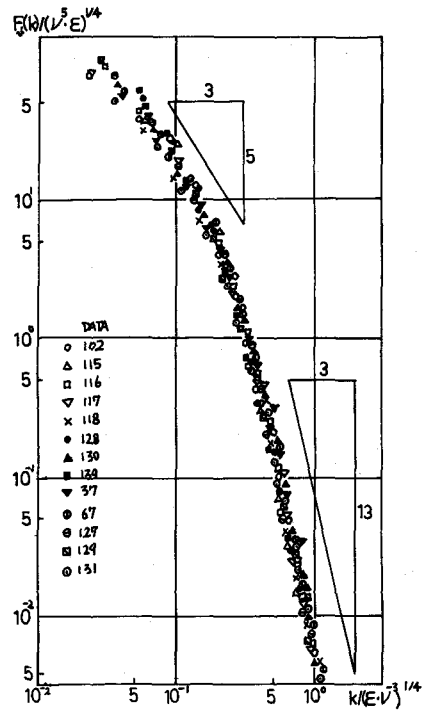


Fig-2. v' のスペクトル

と噴流境界に制約されているためと考えられる。又スペクトル定数は u' に比して小さい値($A_{5/3})_u = 0.30$ となっている。(Fig-2, Fig-4) エネルギー-逸散率 ε の算出は, Drydenの方法を改良した次式を用いて行なった。

$$\varepsilon = 5\nu \left\{ \int_0^{\infty} k^2 F_u(k) dk + 2 \int_0^{\infty} k^2 F_v(k) dk \right\} \quad (3)$$

III. 粘性領域

粘性領域におけるスペクトル特性については不明な点が多い。今回の実験でも従来の $-5/3$ 乗則, $-7/3$ 乗則では説明できない。(Fig-1, Fig-2) そこで Heisenberg の観測スケール概念を用いて考察してみる。

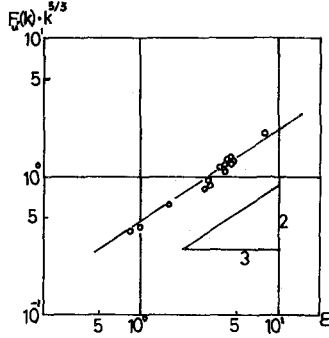


Fig-3

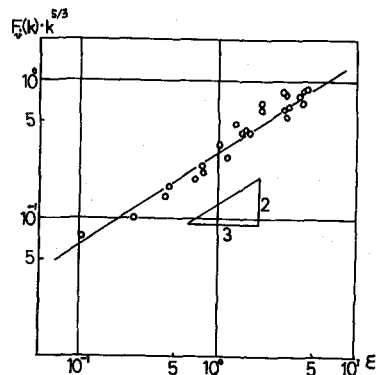


Fig-4

今 $F(k)$ において, 任意の波数 k を考え小さい波

流成分(波数 $>k$)は大きい成分(波数 $<k$)に対し, あたかも渦動粘性の作用をもつとする。小さい波数領域では失われる量は周知の如く $C\nu \int_0^k k^2 F(k) dk$ で表わされる。そこで渦動粘性係数に相当する物理量 K_k を用い,

$$E_k = C(\nu + K_k) \int_0^k k^2 F(k) dk \quad (4) \quad \text{ここで} \quad K_k = \int_k^{\infty} I(k') dk' \quad \text{と仮定する。} \quad (5)$$

$I(k)$ は ε と k に規定されるものとして次元解析より

$$I(k) \propto \varepsilon^{1/3} k^{-7/3} \quad (6)$$

従って (4), (5), (6)式より

$$E_k = C(\nu + \gamma \varepsilon^{1/3} k^{-4/3}) \int_0^k k^2 F(k) dk \quad (7)$$

$$\varepsilon \text{ は} \quad \varepsilon = C \int_0^{\infty} \nu k^2 F(k) dk \quad (8)$$

慣性域から粘性域の境界波数を k_d とすると

$$\varepsilon = C\nu \left\{ \int_0^{k_d} k^2 F_u(k) dk + \int_{k_d}^{\infty} k^2 F_m(k) dk \right\} \quad (9)$$

(9)式を(7)式に代入して

$$E_k = C(\nu + \gamma \varepsilon^{1/3} k^{-4/3}) \left\{ \varepsilon / C\nu - \int_{k_d}^{\infty} k^2 F_m(k) dk + \int_{k_d}^k k^2 F_m(k) dk \right\} \quad (11)$$

$E_k = \varepsilon$ とおいて, k で微分すると

$$F_m(k) = \frac{4}{3} \frac{C\gamma \varepsilon^{1/3} k^{-7/3}}{(\nu + C\gamma \varepsilon^{1/3} k^{-4/3})} \quad (12)$$

$k \rightarrow \infty$ で

$$F(k) = A_{13/3} \cdot \nu^{-2/3} \cdot \varepsilon^{-13/3} \quad (13)$$

Fig-1, Fig-2より $F_u(k)$, $F_v(k)$ は粘性域で $-13/3$ 乗則によく合致している。

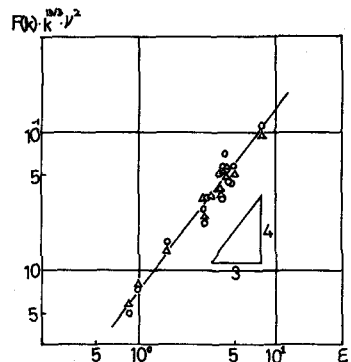


Fig-5

Fig-5は式(13)の成立性を検討するため, 我々の実験結果に $-13/3$ 乗則を当てはめて得られたものである。スペクトル定数は $A_{13/3} = 0.0074$ である。

又 $F_u(k)$, $F_v(k)$ の差異はみられず, 局所等方向性が成立していることもわかる。井上の -3 乗則は, 慣性域から慣性域への遷移領域と考えられる。

IV. 境界波数 k_d について

慣性域から粘性域に移行する際の境界波数; $k_d = 2\pi/\lambda_d$ は

$$\text{(12)式, (13)式より} \quad k_d = \left(\frac{A_{13/3}}{A_{5/3}} \right)^{3/8} \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{-1/4} \quad (14)$$

となり Kormogoroff の局所スケール; λ_ν を用いて

$$k_d = C_d / \lambda_\nu \quad \text{ここで} \quad C_d = (A_{13/3} / A_{5/3})^{3/8} \quad \lambda_\nu = (\nu^3 / \varepsilon)^{1/4} \quad (15)$$

(14)式より u -変動, v -変動 における C_d の値を求めると $(C_d)_u = 0.209$ $(C_d)_v = 0.249$ である。

このとき λ_d は

$$\lambda_d = \pi / k_d = 2\pi \cdot \lambda_\nu / C_d \quad \text{となる。} \quad (16)$$