

九州工業大学

正員 浦 勝

"

学生員 高田 能典

"

今酒 誠

はじめに 下流側に水内を有する水路内に二層密度流の場が形成されている場合、下層流体のみを取水する限界および上層流体の混入率について検討を行なった。今回は現象を単純化して、D. G. Huber による line-sink への二層流の解析法¹⁾を有限の長さの水内の場合に拡張して解析を行なったので、その一部を報告する。

基本式 流れの場を図-1に示すように $x=0$ の断面に長さ b の水内(流出口)を持ち、 x の負の半無限領域とする。水内より上流には鉛直密度分布が不連続な二層流の場が形成されており、上層下層の諸量を添字 1, 2 を用いて表わすことにする。

二層の流体を非同転・非粘性・非混合と仮定すれば、それぞれの流体内で流れ方程式は次の Laplace の方程式を満足する。

$$\nabla^2 \psi = 0 \quad (1)$$

さらに、二層の内部境界面は一つの流線であり、各層に対して Bernoulli の式を満足するから図-1の $x \rightarrow \infty$ 点と A 点において、圧力連続の条件を用いて、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & (\frac{1}{2}v_{1\infty}^2 - \frac{1}{2}v_{2\infty}^2) \rho_1 / 2 - (\frac{1}{2}v_{1A}^2 - \frac{1}{2}v_{2A}^2) \rho_2 / 2 \\ & = (\rho_2 - \rho_1)g(h_2 - y_A) \end{aligned} \quad (2)$$

したがって、与えられた境界条件のもとに二層が式(1)を満足し、内部境界面が式(2)を満足すれば解が得られる。

混入率を規定する因子 上層流体の混入率を規定する量を次元解析により求めておく。図-1を参照して、

$$v_{1\infty} = f(h_1, h_2, b, x, y, v_{2\infty}, \rho_1, \rho_2, g) \quad (3)$$

$$\text{ここで、} F_1^2 = v_{1\infty}^2 / (\rho_1 g h_1) \quad (4)$$

$$F_2^2 = v_{2\infty}^2 / (\rho_2 g h_2) \quad (5)$$

とおけば、次元解析より次式が得られる。

$$\frac{v_{1\infty}}{v_{2\infty}} = f\left(\frac{h_1}{h_2}, \frac{b}{h_2}, \frac{x}{h_2}, \frac{y}{h_2}, F_1^2, F_2^2\right) \quad (6)$$

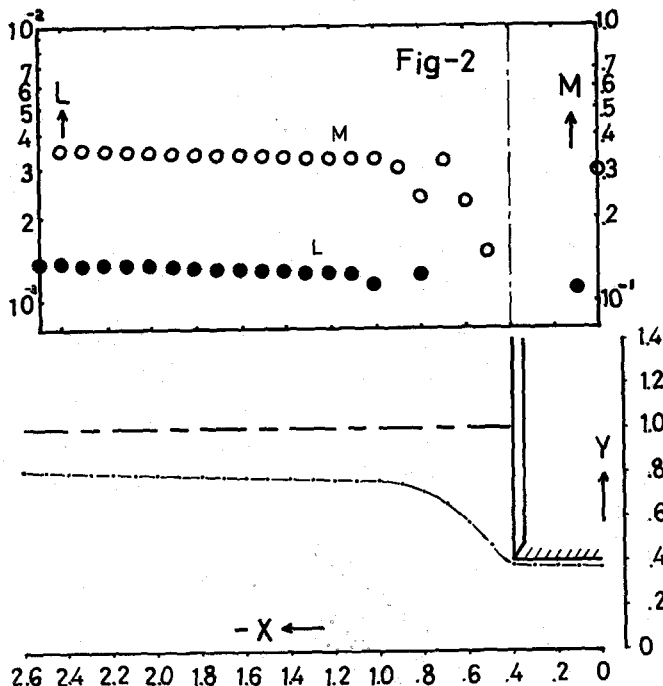
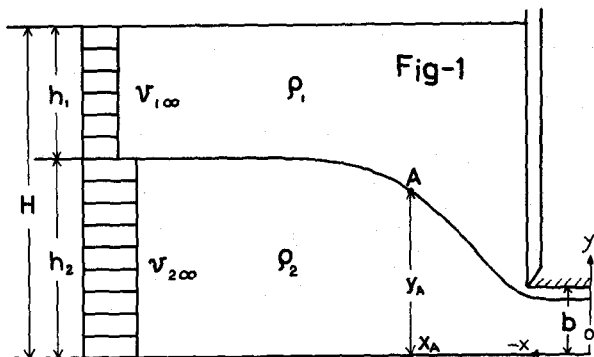
混入率として次のように定義すれば、

$$M = \rho_1 / (\rho_1 + \rho_2) = h_1 v_{1\infty} / (h_1 v_{1\infty} + h_2 v_{2\infty}) \quad (7)$$

となるから、式(5)を考慮すれば、混入率は相対水深 h_2 、相対水内長さ b/h_2 をパラメータとして、境界面形状と密度フルード数によって規定されると考えられる。

解析手順

① 流れの場を基準量 $h_2, v_{2\infty}, \rho_2$ を用いて無次元化する。 $X = x/h_2, Y = y/h_2$



$$u = u_0/r_2, \quad U = u_0, \quad w = w_0, \quad W = w_0, \quad V = \sqrt{U^2 + W^2} \quad (8)$$

① 内部境界面の形状を仮定し、格子網の切片を与える。② 上の境界条件を与える。下流側の水門直下の水の分布は不明な点が多いから、急縮を持つ流出口と同等であるとみなし、下流端で直線分布を与える。③ 全格子点で $\nabla^2 u = 0$ を満足するよう、繰返し計算を行なうが、今回は Gauss-Seidel 法を用いた。④ 境界面上の流速をそれぞれ層に割って、式(8)を用いて求める。これは mesh が粗いと精度が落ちる。⑤ 求めた流速は仮定した境界条件の下で得られたものであり、両層に対してそれぞれ L, M の補正係数を用いれば式(2)が満足されることになるであろう。もし、 L, M が境界面上の各点で異なるのであれば、形状を修正して、一定の補正値になるまで計算を繰返し返す。⑥ 式(2)を無次元化して補正係数を用いれば次式となるから、

$$M(V_{2A}^2 - V_{2\infty}^2) - L(V_{1A}^2 - V_{1\infty}^2) = 1 - Y_A \quad (9) \quad \text{これより両層の Froude 数が定式により求められる。}$$

$$F_2'^2 = 2V_{2\infty}^2 M, \quad F_1'^2 = 2V_{1\infty}^2 L (r_2/r_1) \quad (10)$$

$$\textcircled{7} \text{ 流量比は次式のように計算される。} \quad q_1/q_2 = U_{1\infty} r_1 / U_{2\infty} r_2 = (F_{1\infty}' / F_{2\infty}') (r_1/r_2)^{3/2} \quad (11)$$

よって上層流体の混入率は上式を式(7)に代入して求めることができる。

計算結果 $r_1/r_2 = 2.0, \quad b_1/r_2 = 0.4, \quad DX = DY = 0.1$ を用いて求めた境界面形状の一例を図-2の下側に示した。この時の補正係数 L, M の各流速計算格子点上で求めたものを図-2の上側に示した。

計算格子間隔が粗く、水門上流で精度が悪くなった。同様な方法で、数種の形状に対して求めた L, M の値から、上、下層の F_1', F_2' を求め、これらの関係を図-3に示した。混入率 M と F_2' との関係を図-4に示す。

これらの図から、下層流体は $F_2' \approx 1.0$ まで上層を混入することなく取水できる。この意味において取水限界は $F_2' \approx 1.0$ といえる。

しかしながら、わずかな流量増加によって、上層が混入し、下層の流量は急激に減少する。よって最低値 $F_2' \approx 0.54$ となる。これ以上の流量増加に対しては上層のみ流量が増し、下層の流量は変化せず、混入率は急増してゆく。この意味においては、取水限界は $F_2' = 0.54$ とみえる方が安全側である。この値を模型実験結果²⁾ の $F_2' = 0.21 \sim 0.31$ と比較すると大きいが、Huber a line Sink に対する理論解に比べるとはるかに小さく、正しい。彼の実験値 $F_2' = 0.65$ ³⁾、Caya の理論解 $F_2' = 0.75$ ³⁾ にはより近くなったことは興味深い。

今後 $r_1/r_2, b_1/r_2$ を変化させると共に精度を高めたい。

参考文献 1) Huber, D.G.; Proc. ASCE, EM4, Aug 1960, P.714

2) 津・高田; 土木学会年報, II, 1976, P.385

3) Yih; Dynamics of Non-homogeneous Fluids, Macmillan

