

九州大学 正員 平野宗夫
九州大学 正員 金子 新
九州大学 ○学生員 松田康左武

1. まえがき

二層流における選択取水の分野においては、取水口近くの躍層面に中間層が形成されることは、現象的によく知られている¹⁾。浦²⁾は、中間層への混入は、取水口直上の躍層面から起こり、躍層内の渦作用によって中間層の発達に助長されることを報告している。しかしながら、中間層への混入量の評価については、今ほとんど研究されておらず、ここでは、表層取水と底層取水のそれぞれの場合における混入量が、運動量及びベルヌーイの定理を用いて解析され、表層取水においては実測値との比較がなされている。

2. 表層取水

中間層への混入量を評価するため、図-1のような取水口近くの領域を考え、領域ABCDに運動量の定理を適用し、CD面を通じて移動する運動量を微小と考え無視すると、運動量の定理は次式で与えられる。

$$\rho_i \frac{g_i^2}{k_i} + \frac{\rho_i}{2} g k_i^2 = \rho_i \frac{(k_i - k_m)^2}{k_i - k_e - k_m} + \frac{\rho_i}{2} g (k_i - k_e)^2 + \frac{\rho_i - \rho_m}{2} g k_m^2 \quad (1)$$

AB及びCE上のベルヌーイの定理を適用すれば、それぞれ次式が得られる。ただし、E点はよびみ点である。

$$\frac{\rho_i}{2} \left(\frac{g_i^2}{k_i} \right) + \rho_i g h_e = \frac{\rho_i}{2} \left(\frac{g_i^2 - g_m^2}{k_i - k_e - k_m} \right) \quad (2) \quad \frac{\rho_i}{2} \left(\alpha \frac{g_i^2}{k_i} \right) + \rho_i g k_i = \rho_i g (k_i - k_e - k_m) + \rho_m g k_m \quad (3)$$

αはC点における流速で表層平均流速との比を与える係数である。 $\phi_m = g_m/g_i$, $H_m = k_m/k_i$, $H_e = k_e/k_i$, $F_r^2 = k_i/g h_i^3$ 及び $\epsilon_0 = (k_i - k_m)/k_i$ を用いて、(1),(2)及び(3)式を無次元化するとそれぞれ次のようになる。

$$F_r^2 + (1 - H_e) H_e = F_r^2 \frac{(1 - \phi_m)^2}{1 - H_e - H_m} + \frac{\epsilon_0}{2} H_m^2 \quad (4)$$

$$F_r^2 + 2 H_e = F_r^2 \left(\frac{1 - \phi_m}{1 - H_e - H_m} \right)^2 \quad (5) \quad \frac{\alpha^2}{2} F_r^2 + H_e = \epsilon_0 H_m \quad (6)$$

(5)及び(6)式を(4)式に代入してH_eについて解くと、

$$H_e = \frac{1}{(3 + 3/\epsilon_0)} \left[1 - F_r^2 - \left(1 + \frac{\alpha^2}{2} \right) \frac{F_r^2}{\epsilon_0} - \sqrt{\left(1 - F_r^2 - \left(1 + \frac{\alpha^2}{2} \right) \frac{F_r^2}{\epsilon_0} \right)^2 - \alpha^2 \left(1 + \frac{3}{2} \right) \frac{F_r^4}{\epsilon_0}} \right] \quad (7)$$

H_eが存在するため、(7)式の根号内が正となる必要があり、微小項を省略して、

$$\frac{F_r^2}{\epsilon_0} \leq \frac{1}{(1 - \alpha^2)} \left\{ \left(1 + \frac{\alpha^2}{2} \right) - \sqrt{\frac{3}{2} \alpha^2 \left(2 - \frac{\alpha^2}{2} \right)} \right\} \quad (8)$$

αをパラメータとして、(4),(5)及び(6)式を数値解析した結果を図-2、図-3及び図-4に

与えられている。図-2には、 $\frac{q_m}{q_i}$ 表-1に示す実験条件のもとで行った実験の実測値も同時に示してあり、解析値はα=0.3~0.4程度の値を用いたときk_mの実測値をよく説明でき、k_mの解析

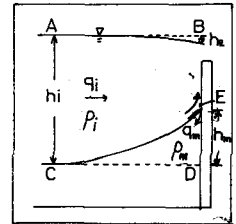


図-1 表層取水の模式図

実験	q_i/q_i^2	ρ_i/ρ_m	k_i/k_m	k_i/k_e
A-1	37.6	0.9995	1.0	0.0015
A-2	27.5	0.9994	0.9998	0.0014
A-3	45.0	0.9995	1.0	0.0015
A-4	75.2	0.9995	1.0	0.0015
A-5	67.0	0.9991	1.0028	0.0037
A-6	50.0	0.9999	1.0027	0.0038

表-1

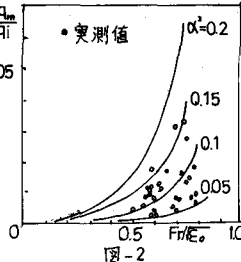


図-2

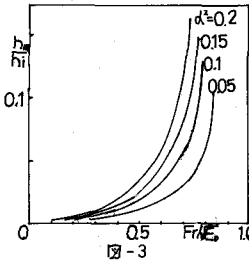


図-3

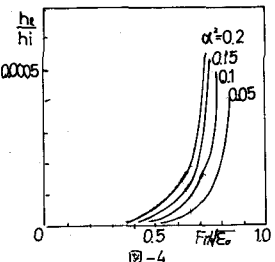


図-4

値も実測値から考えて妥当な値となっている。

3. 底層取水

底層取水の場合には、Hardeman³⁾による実験結果を参考にして図-5に示すような、取水口近くの領域をモデル化する。領域A B C Dに運動量の定理を適用すると次式を得る。

$$\rho_i \frac{g_i^2}{k_i} + (\rho_i - \rho_m) \left(h_i - \frac{h_m}{2} \right) g h_m = \rho_i \frac{(g_i - g_m)^2}{h_i - h_m} + (\rho_m - \rho_s) \left(h_i + \frac{h_s}{2} \right) g h_s \quad (9)$$

底層層にベルヌーイの定理を適用すれば、次式を得る。

$$\frac{\rho_i}{2} \left(\frac{g_i}{k_i} \right)^2 + (\rho_i - \rho_m) g h_m = \frac{\rho_i}{2} \left(\frac{g_i - g_m}{h_i - h_m} \right)^2 + (\rho_m - \rho_s) g h_s \quad (10)$$

H点における流速を v_m と考え、H E上にベルヌーイの定理を適用すれば、次式を得る。

$$\frac{\rho_m}{2} v_m^2 = (\rho_m - \rho_s) g h_s \quad (11)$$

図-5に示すように、境界面E Gにおけるせん断応力のため、中間層内には大きな渦0.01作用が存在する。ここで、 v_m は取水口位置における平均流速を用いて近似的に次式を与えられるものとする。

$$v_m = \alpha \frac{g_i - g_m}{h_i - h_m} \quad (12)$$

ただし、 α は定数である。(12)式を(11)式に代入し、 $\phi_m = g_m/g_i$ 、 $H_m = h_m/h_i$ 、 $H_s = h_s/h_i$ 、

$F_r^2 = g_i^3/g_m^3$ 、 $G_r = (\rho_m - \rho_s)/\rho_i$ と $E_m = (\rho_i - \rho_m)/\rho_i$ とあり(9)(10)及び(11)式を無次元化すると

$$\left(1 - \frac{H_m}{2}\right) H_m + \frac{F_r^2}{E_m} = \frac{F_r^2}{E_m} \frac{(1 - \phi_m)^2}{1 - H_m} + \frac{G_r}{E_m} \left(H - \frac{H_s}{2}\right) H_s \quad (13)$$

$$\frac{F_r^2}{2 E_m} + H_m = \frac{G_r}{E_m} H_s + \frac{F_r^2}{2 E_m} \left(\frac{1 - \phi_m}{1 - H_m} \right)^2 \quad (14) \quad \frac{\alpha^2}{2} \frac{F_r^2}{E_m} \left(\frac{1 - \phi_m}{1 - H_m} \right)^2 = \frac{G_r}{E_m} H_s \quad (15)$$

(14)(15)が(13)式に代入して、 H_m について解くと、

$$H_m = \frac{1}{(3 - \alpha^2 - \alpha^2 (H_s^2 - G_r))} \left[1 - \left\{ 1 - \frac{\alpha^4}{20(H_s^2 - G_r)} \frac{F_r^2}{E_m} - \sqrt{\left[1 - \frac{\alpha^4}{2(H_s^2 - G_r)} \frac{F_r^2}{E_m} \right]^2 - (3 - \alpha^2 - \frac{\alpha^2}{H_s^2 - G_r}) \left(\alpha^2 \frac{G_r}{4(H_s^2 - G_r)} \frac{F_r^2}{E_m} \right)} \right\} \right] \quad (16)$$

H_m が存在するためには、(16)式の根号内が正となる必要があり、微小項を省略して次式を得る。

$$\frac{F_r^2}{E_m} \leq \frac{1}{2} \left\{ 2 + \alpha^2 (3 - \alpha^2) - \sqrt{[2 + \alpha^2 (3 - \alpha^2)]^2 - 4} \right\} \quad (17)$$

G_r/G_i の値は、浦らの実験より一定の α とし、 α をパラメータとして(13)(14)及び(15)式を数値解析した結果が図-6から図-8に示されている。実測を行なっていないので、厳密な議論はできないが、底層取水においても表層取水の場合と同じ程度の α を採用した時、 g_m 及び h_m は両者ほぼ同じ値をとることがわかる。図-9には、表層取水及び底層取水のそれぞれの場合の解の存在範囲を与えているが、ほぼ両者は一致しており、また底層取水に対してHardeman³⁾が与えた限界内部フルード数 $2/3 \cdot \sqrt{3/5} \approx 0.54$ と比較しても、おおむね妥当な結果となっている。

参考文献

- 1) Gariel, P.: La Houille Blanche Jan-Fev. 1949, 2) 浦, 高田: 西部支部論文集 S 50
- 3) Hardeman, Gooch, Ipsen: Proc. A.S.C.E. Hy. 2. April 1958 4) Hardeman, Elder: Proc. A.S.C.E. Hy. 4 1965

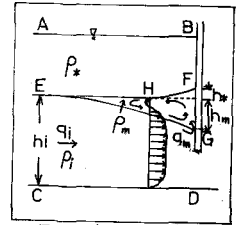


図-5 底層取水の模式図

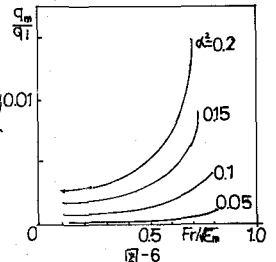


図-6

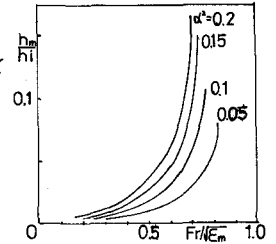


図-7

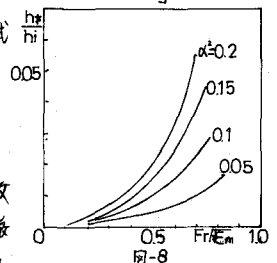


図-8

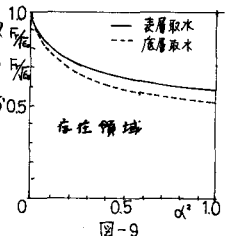


図-9