IV—3　　山腹における流出機構とその特性

九州大学　工学部　　正　員　　平野　宗夫
〃　　〃　　学生員　○城戸　嵬治

1.まえがき

流出解析法としては、単位図法、貯留関数法、特性曲線法などが実用化されている。これらのうち、特性曲線法は、水流の運動方程式を用いて解くものであり、水理学的にはもっとも進んだ方法と言えるが、流域のモデル化に問題がある。一方、単位図法は、流域をBlack boxとするため物理的意義に乏しいが、情報処理理論の導入により、客観性のある応答関数が得られるという利点がある。筆者らは、前報[1)]において、到達時間の分布関数を取り入れた流出解析法を、特性曲線法を用いて導びいた。本文では、情報処理理論を用いてより客観性のある分布形を求める手法について、検討する。

2.斜面長の分布を考慮した流出解析の基礎式

実際の流域は、矩形ではなく、河道から等高線に垂直に分水界まで測った長さ（斜面長l）は、ほぼ対数正規分布をなすことが、知られている。Kinematic Wave 法により、時間tに、長さl、到達時間Tの斜面から流出してくる量$q(t)$は、

$$q(t)=\frac{1}{K^{1/P}}\left[\int_0^T r_e(t-\tau)\,d\tau\right]^{1/P} \qquad (1) \qquad l=\frac{1}{PK^{1/P}}\int_0^T\left[\int_u^T r_e(t-\tau)\,d\tau\right]^{\frac{1-P}{P}}du \qquad (2)$$

となる。上記の２式(1)(2)よりKを消去すると、次式となる。

$$q(t)=P\cdot l\left[\int_0^T r_e(t-\tau)d\tau\right]\Big/\int_0^T\left[\int_u^T r_e(t-\tau)d\tau\right]^{\frac{1-P}{P}}du \qquad (3)$$

時間tにおける河道の流量$Q(t)$は、河道要素を斜面要素に対して無視すると

$$Q(t)=\sum q\cdot b=\sum R(t,T)\cdot l\cdot b \qquad (4)$$

ここに $R(t,T)=P\cdot\left[\int_0^T r_e(t-\tau)d\tau\right]\Big/\int_0^T\left[\int_u^T r_e(t-\tau)d\tau\right]^{\frac{1-P}{P}}du$

bは長さl、到達時間Tの斜面の幅である。ここで、運動の式として、Darcy則を用いると

$$R(t,T)=\int_0^T r_e(t-\tau)d\tau\Big/T$$

したがって、(4)式は次式になる。

$$Q(t)=A\sum\int_0^T\frac{r_e(t-\tau)d\tau}{T}\cdot\left(\frac{\Delta A}{A}\right)$$

$$=A\left[\sum_{i=1}^{\infty}\frac{K(i)}{i}r_e(t)+\sum_{i=2}^{\infty}\frac{K(i)}{i}r_e(t-1)+\cdots\right] \qquad (5)$$

ここで、$K(i)=\Delta A/A$である。

3.最小自乗法による解法

(5)式の右辺により計算した値と対応する観測流量との誤差の自乗の総計Eが最小になるように、$K(i)$を決定する。即ち、

$$E=\sum_{t=0}^{\infty}\left[Q(t)-A\sum\int_0^T r_e(t-\tau)d\tau\,K(i)\right]^2 \qquad (6)$$

Eを最小にするような、$K(i)$の条件は、次のようになる。

$$\frac{\partial E}{\partial K(i)}=0 \qquad i=0,1,2,\cdots \qquad (7)$$

実際の観測個数と$K(i)$の基底長は、有限であるから、それぞれを、m, nとし、(7)式を行列表示すると、下記のよ

うになる。

$$R=\begin{bmatrix} r_{e11} & r_{e12} & \cdots & r_{e1n} \\ r_{e21} & r_{e22} & \cdots & r_{e2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{em1} & r_{em2} & \cdots & r_{emn} \end{bmatrix} \quad K=\begin{bmatrix} K(1) \\ K(2) \\ \vdots \\ K(n) \end{bmatrix} \quad Q=\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{bmatrix} \quad E=\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \cdots & \frac{1}{m} \\ 0 & \frac{1}{2} & \cdots & \frac{1}{m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{m} \end{bmatrix}$$ とおくと $$A R^T R E K = R^T Q \qquad (8)$$

(I)流出試験地への適用

a)適用対象：岡山県竜ノ口理水試験地で、流域面積A = 0.266 Km²である南谷の数種の洪水に対して行った。

b)計算方法：(8)によって、同一の洪水に対して、観測値とK(i)の基底長を、変化させて計算を行った。

c)計算結果：K(i)は、全てのデータが、物理的に実現できない負の値を含む。又、基底長を減小させるにつれて、観測値と計算値にずれを生じる。

4、シンプレックス法による解法

最小自乗法による方法は、図Iによって表わされるように、K(i)は、大きな負の値を生じる。従って、物理的に実現可能な、K(i)の決定を次の手法で行う。

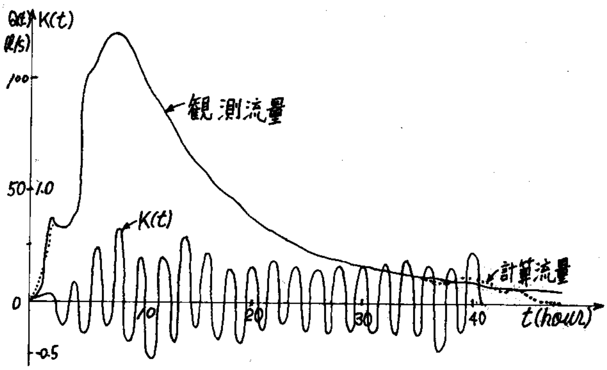
降水と流量の関係をK(i)によって、行列表示すると、

$$AREK = Q$$

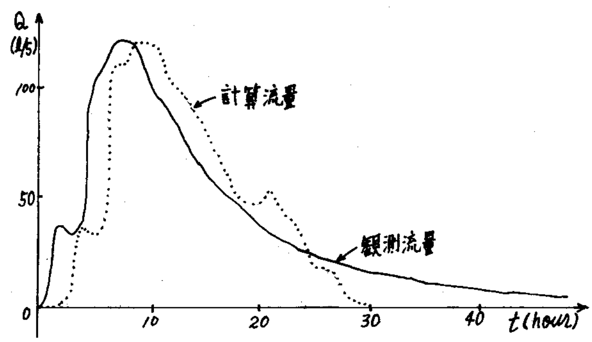
ここで、

$$j_m = [1, 1 \cdots 1] \in R^m \quad Z=\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_m \end{bmatrix}$$ とおいて

$$AREK + Z = Q \quad K \geqq 0, \ Z \geqq 0$$ なる制限の下で、$g = j_m Z$を最小にするようにして、即ち、規準的最小問題として、K(i)を決定する。この方法で、現在計算中である。



図I：最小自乗法によるK(i)の決定



図II：基底長の変化による計算流量の変化

5.あとがき

本報における、応答関数K(i)は、l·bが到達時間がTの斜面の面積であるから、これを流域面積Aで割ったl·b = K(i)は、到達時間Tの確率密度とみなすことができる。従って、$\sum K(i) = 1$になるが、基底長を大きくすると、この値に近づく。

今後における方針としては、4の方法による物理的に実現可能なK(i)を決定し、その特性を検討し、更には、K(i)の平均化、非線型領域への発展へと研究を進めたい。

参考文献

1)平野、木川、上田：山地の流出機構について　西部支部研究発表会講演集　昭和50、2