

九州大学工学部 正員 山内豊聡
 “ “ 後藤孝と精
 “ 学生員 〇城ケ崎豊美

1. まえがき

地表面上で任意の分布形態を持つ荷重によって地盤内に生ずる応力を求める方法には、周知のように影響円法と長方形分割法がある。しかるに、これら2法で知り得る量は鉛直応力のみであり、対象も一様地盤に限られているので、舗装構造に見られるような層状地盤内の応力や変形を求めるには、やはり弾性理論に頼らざるを得ない。しかし、弾性理論の適用に当っては、荷重を例えば円形等分布や円形放射線分布などの数学的表現の可能な荷重に等値して具体的な計算を行なっているのが現状で、表題の任意荷重をそのまま取扱うには至っていないようである。そこで、本論では、多層弾性理論と要素分割法とを組合せて、任意表面荷重による地盤内の応力と変形を求める方法を述べるとともに、これも室内舗装実験の解析に適用した例について報告するものである。

2. 解法

解法は重ね合せの原理に基づき、何ら難しい理論や手法と駆使する必要のない簡単なものである。いま、図-1に示すような地表面に任意分布の鉛直荷重を受ける層状地盤を考え、載荷領域を有限個の三角形要素に分割する。ただし、その要素内では荷重は一定で重心における値とするものとする。次に、各三角形要素と面積の等しい円形等分布荷重を、その中心が三角形要素の重心と一致するように作用させ、三角形要素を等価な円形等分布荷重に置換える。したがって、円形等分布荷重の荷重強度は三角形要素の重心におけるそれと等しくなる。以後は各円形等分布荷重による影響を全要素にわたって重ね合わせることにし、任意の点の応力と変形が求められることになる。

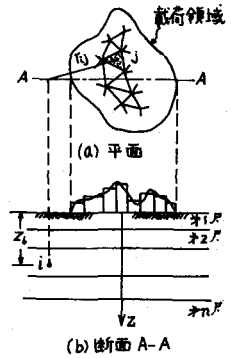


図-1

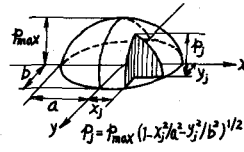


図-2
表-1

要素	σ_z/P_{max}	$wE/P_{max}b$
A	0.6101	1.102
B	0.6116	1.106

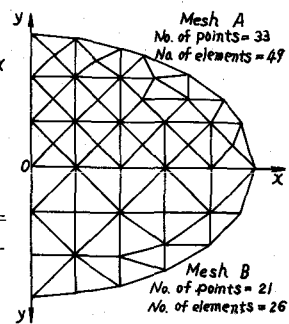


図-3

すなわち、求めようとする点の応力と変形をそれぞれ σ_z と w とすれば、 $\sigma_z = \sum_{j=1}^N \sigma_z(i, j) p_j$, $w = \sum_{j=1}^N w(i, j) p_j$ で計算される。ここに、 $\sigma_z(i, j)$ および $w(i, j)$ はそれぞれ三角形要素 j と等価な単位荷重強度の円形等分布荷重による応力と変形、 p_j は等価円形分布荷重の荷重強度、 N は載荷領域の全要素数。

なお、円形等分布荷重による層状地盤内の応力と変形の計算は、Butmisterの理論に基づいて行えばよい¹⁾。

3. 解法のチェック

(1) 半楕円体分布荷重による一様地盤内の応力と変位 一様地盤の表面に図-2に示すような半楕円体分布荷重が作用するときの応力と変位は、Sanborn & Yoder²⁾により求められている。これを本法により計算し、結果を比較してみる。

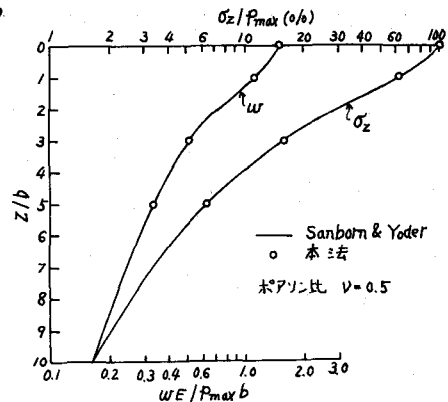


図-4

比較の対象を $a/b=1.7$ の分布荷重にとり、図-3に示す2種類の要素分割を考えた。
Mesh A および B の全要素数は、それぞれ $4 \times 4 = 16$ と $4 \times 26 = 104$ である。この分割を用いて荷重中心軸上深さ $z/b=1.0$ の点の鉛直応力 σ_z と沈下量 w を計算したところ、表-1の結果が得られた。両要素分割の間で解に差異はほとんどなく、Mesh B でも収束した解が得られることがわかる。

図-4は荷重中心軸上の鉛直応力と沈下量の深さ方向分布を示すものである。実験が Sanborn & Yoder の解、○印が著者らの計算値で、両者は完全に一致しており、本法の高精度なことが認められる。

(2) 剛性基礎の接地圧分布 図-5に示すような一様地盤上にあるリング状剛性基礎(外径 b_0 、内径 b_i) の接地圧分布を本法によって求めてみる。この場合、接地面は変位一定(δ_0)で摩擦がないものとする。したがって、解かるべき基本式は、ある要素 j について $\sum_{j=1}^N w_b(i, j) p_j = \delta_0$ となる。ここに、 p_j : 要素 j の接地圧、 $w_b(i, j)$: $p_j=1$ による要素 i の重心の表面変位、 N : 接地面の全要素数。この基本式を全要素に適用し連立に解くことにより、所要の接地圧分布が求められることとなる。

要素分割の例を図-6に示す($b_i/b_0=0.6$ 、 $N=4 \times 18 \times 16 = 1152$)。図-7は $b_i/b_0=0.3$ と 0.6 の接地圧分布であるが、○印が本法の解と要素の重心上にプロットしている。実線で示される Egorov³⁾ の数値解に対して、著者の解はかなり良く一致しており、本法の妥当なることは明らかである。

4. 舗装解析への適用

内径が $140 \times 140 \times 100$ (cm) の土槽内に図-8に示すような断面の舗装モデルを作り、表面に乗用車用タイヤを載せ油圧ジャッキにより載荷した。図-9(a)に全荷重 $P=206$ kg のときの接地面形状を示す。要素分割は接地面形状をもく形と見なして図-9(b)のように行なった。

図-10はタイヤ接地圧分布をく形等分布、く形放射物線分布($p=p_{\max}(1-x/a)(1-y/b)$)、四角錐分布($p=p_{\max}(1-x/a)(1-y/b)$)の3通りに仮定して求めた荷重中心軸上の沈下量 w 、鉛直応力 σ_z および半径方向応力 σ_r の深さ方向分布を示すものである。図から明らかなように、沈下量に関しては分布形態による差異はほとんどないが、応力 σ_z と σ_r については差異が著しい。鉛直応力について計算値と実測値を比較すれば、く形等分布は実測値から大きく離れ、接地圧分布も等分布と仮定することには問題があることを示唆している。

参考文献 1) 山内・後藤：九大工学集報，49-6

<1976.12>，731/736. 2) Sanborn, J.E. and Yoder, E.J.: Proc.

2nd Int. Conf. Str. Design Asphalt Pavements (1967),

304/319. 3) Egorov, R.E.: Proc. 6th Int. Conf. SMFE, 2(1965), 41/45.

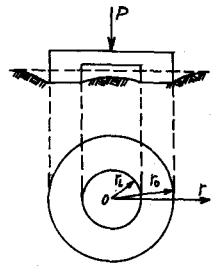


図-5

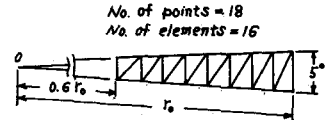


図-6

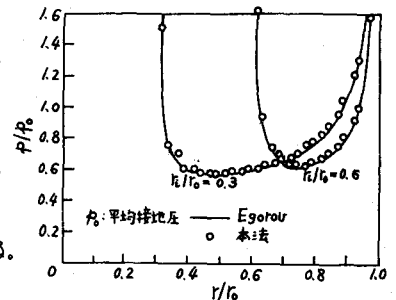


図-7

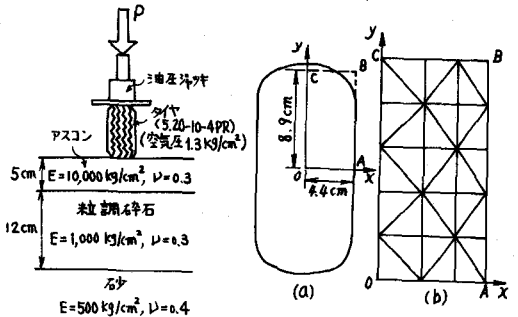


図-8

図-9

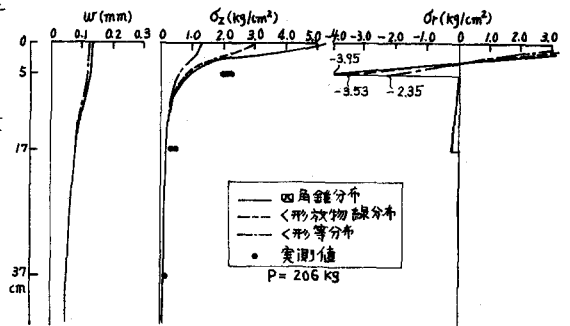


図-10