

長崎大学 正員 伊勢田 哲也
同 棚橋 由彦
学生員 〇 安部 和子

1. 緒言 著者らは、オズ報において豊浦砂を用いて等方圧縮試験と平均有効応力一定試験を行い、試験結果を正八面体面上で整理し、不変量表示の応力ひずみ関係式を報告した。その後、初期間隙比と種々変化させ同様の試験を行い、新たに初期間隙比 e_0 をパラメータに加えた応力ひずみ関係式(1)を得ている。⁽¹⁾

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_v &= \frac{\sigma_{oct}}{V_1 + V_2 \sigma_{oct}} - \left\{ \mu_1 \cdot \frac{\lambda_1 R_{oct}}{1 - \lambda_2 R_{oct}} + \mu_2 \right\}, & \gamma_{oct} &= \frac{\lambda_1 R_{oct}}{1 - \lambda_2 R_{oct}} \quad * R_{oct} = \tau_{oct} / \sigma_{oct} \quad (1) \\ \text{ここに } V_1, V_2, \lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2 &\text{は全て初期間隙比 } e_0 \text{ の関係式であり、7次式で表わせる。 (式省略)} \end{aligned} \right.$$

さて、(1)式のような応力ひずみ関係をもつ土質材料の、境界値問題の解を得るための有効手段として、FEM荷重増分法があるが、その際、Kulhawy, Duncan らに代表される従来の接線ヤング率 E_t と接線ポアソン比 ν_t を用いた、区分別形等方弾性の応力増分-ひずみ増分関係⁽²⁾を適用する限り、グイランシーを正負含めて忠実に扱えた解が得られず、グイランシーを解に反映させるには、異方性応力増分ひずみ増分関係を用いねばならないことをオズ報で指摘した。⁽²⁾ さらに前報において、豊浦砂を区分別形弾性付2軸直交異方性材料と仮定し、そのひずみ増分-応力増分関係式(2)を誘導した。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_3 \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} k_{11} + 2g_1 & k_{12} - g_1 & k_{13} - g_1 \\ k_{21} - g_2 & k_{22} + 2g_2 & k_{23} - g_2 \\ k_{31} - g_3 & k_{32} - g_3 & k_{33} + 2g_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{Bmatrix} \\ k_{11} &= \frac{\lambda_1 R_{oct}}{\sigma_{oct} (1 - \lambda_2 R_{oct})^2} \left(\frac{1}{3} \mu_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{V_1}{(V_1 + V_2 \sigma_{oct})^2} \\ k_{22} &= \frac{\lambda_1 R_{oct}}{\sigma_{oct} (1 - \lambda_2 R_{oct})^2} \left(\frac{1}{3} \mu_1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{V_2}{(V_1 + V_2 \sigma_{oct})^2} \\ g_1 &= \frac{\lambda_1}{2 \sigma_{oct} (1 - \lambda_2 R_{oct})^2} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{3} \mu_1 \right) \\ g_2 &= \frac{\lambda_1}{2 \sigma_{oct} (1 - \lambda_2 R_{oct})^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{3} \mu_1 \right) \end{aligned} \quad (2)$$

オズ報に述べた論議を確かめるため、荷重増分法平面ひずみプログラムを作成し、同一応力ひずみ関係式(1)式から出発し、Kulhawy, Duncan 流の E_t, ν_t を用いた解析法(以後等方解析法—FEM-Aと呼ぶ)と、著者らの(2)式を用いた解析法(以後異方解析法—FEM-Bと呼ぶ)とを比較検討しているが、まだその優劣を論ずるまでには到っていない。従って本報では、現在までに得られた結果を報告するにとどめる。

2. 解析方法 FEM荷重増分法の解析手法は、Zienkiewicz の成書等に詳しいので省略し、2つの解析法に用いた平面ひずみ応力増分-ひずみ増分関係についてのみ紹介する。

(1) 等方解析法(FEM-A) Kulhawy, Duncan らは土質材料に側圧 σ_2 を種々変化させて、3軸試験を行い、軸差応力 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ と軸ひずみ ε_1 の関係を Kondner の双曲線で並列し、側圧 σ_2 の影響を組み合わせることにより、周知の E_t, ν_t の非線形標面式(式省略)を得た。しかし、その定義式に逆のほれば(3)式になる。

$$E_t = d(\sigma_1 - \sigma_3) / d\varepsilon_1 = d\sigma_1 / d\varepsilon_1, \quad \nu_t = -d\varepsilon_2 / d\varepsilon_1 \quad (3)$$

(著者らの)豊浦砂の関係式(1)から側圧一定圧縮試験の $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_1$ 関係式を誘導し、さらに(3)式から E_t, ν_t の計算式を求めると、(4)式になる。

$$\begin{aligned} E_t &= 100 / \left[\frac{1}{9} \cdot \frac{V_1}{(V_1 + V_2 \sigma_{oct})^2} + \frac{\sqrt{2} \sigma_2}{3 \sigma_{oct}^2} \cdot \frac{\lambda_1}{(1 - \lambda_2 R_{oct})^2} \left(-\frac{1}{3} \mu_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right] \quad (\text{Kg/cm}^2) \\ \nu_t &= - \frac{\frac{1}{9} \cdot \frac{V_1}{(V_1 + V_2 \sigma_{oct})^2} - \frac{\sqrt{2} \sigma_2}{3 \sigma_{oct}^2} \cdot \frac{\lambda_1}{(1 - \lambda_2 R_{oct})^2} \left(\frac{1}{3} \mu_1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)}{\frac{1}{9} \cdot \frac{V_1}{(V_1 + V_2 \sigma_{oct})^2} - \frac{\sqrt{2} \sigma_2}{3 \sigma_{oct}^2} \cdot \frac{\lambda_1}{(1 - \lambda_2 R_{oct})^2} \left(-\frac{1}{3} \mu_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)} \end{aligned} \quad (4)$$

(4)式を用いた等方性平面ひずみ、応力増分-ひずみ増分マトリクスに代入して求め、等方解析法と呼ぶところである。

(iii) 異方解析法 (FEM-B) 本解析法に用いる平面ひずみの増分関係は、異方性主軸と最大主応力の主軸を一致させると (5) 式で表わせる。

$$\{d\sigma\}^T = L D L^T \{d\epsilon\}^T \quad * \text{Lは転置行列の意} \quad (5)$$

$$\text{すなわち } \{d\sigma\}^T = \{d\sigma_x, d\sigma_y, d\tau_{xy}\}, \{d\epsilon\}^T = \{d\epsilon_x, d\epsilon_y, d\gamma_{xy}\}$$

$$D = \frac{1}{Q} \begin{bmatrix} S_{22}-S_{12} & 0 \\ S_{11} & 0 \\ 0 & Q \times G_{66} \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & -\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix}$$

$$Q = \det \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} \quad S_{11} = \frac{1}{9} \left\{ (k_1 + 2g_1) - \frac{(k_2 - g_1)(k_2 - g_2)}{(k_2 + 2g_2)} \right\}$$

$$S_{22} = \frac{1}{9} \left\{ \frac{(k_2 + 2g_2)}{3} - \frac{(k_2 - g_2)^2}{(k_2 + 2g_2)} \right\}$$

$$S_{12} = \frac{k_2 - g_1}{9} \left\{ 1 - \frac{k_2 - g_2}{k_2 + 2g_2} \right\}$$

* θ は最大主応力の主軸が x 軸と反時計回りに成す角度。

3. 解析の条件 解析の条件は一括して Fig. 1 に示す。主としてプログラミングの検証のため、(a) 側方拘束試験と (b) 平面ひずみ側圧一定試験の応力ひずみ挙動を FEM-A, FEM-B を用いて計算した。なお、境界値問題の例題として、有限砂層の部分載荷問題を採用した。 (Fig. 1 (c))

4. 解析結果と考察 (a) 側方拘束の計算結果を Fig. 2 に示す。図から両解析法ともに、式 (1) から導いた真の応力ひずみ曲線に近い値となる。どちらを軸ひずみ ϵ_x の値が大きくなるが、荷重増分 $\Delta\sigma_x$ を 0.5 から 0.2 kg/cm^2 にすると、真の値に近づくことを確かめている。(b) 平面ひずみの応力ひずみ挙動の計算結果を Fig. 3 に示す。FEM-A ではダイラタンシーが発生すると、ポアソン比が 0.5 を超え、この後の解析は不可能となる。FEM-B では、ダイラタンシー発生後も計算を続け、ITK 値、膨張のダイラタンシーが生ずる。その原因を説明中である。(c) 部分載荷問題の計算結果の一例として、代表的な要素の応力経路を Fig. 4 に示す。A は載荷幅中央直下の要素で、載荷が進むにつれて σ_y が増加し、その一定倍の σ_x を生じて、ダイラタンシー発生線に沿う。B は載荷端直下の要素で σ_{xx} はほぼ一定であるが σ_{yy} が急増するのど、いままダイラタンシーを発生する。その後破壊して解析不可能となるが、プログラム中の制御により計算を続いている。C は載荷端から遠くはなれた中層部の要素で、 σ_y がほぼ一定で σ_x だけが増加するのど、一たん静水圧状態になり、その後ダイラタンシー発生線に近づく。

5. 結語 Kulhawy, Duncan などに代表する等方解析法では膨張のダイラタンシーが生じると、解析不可能とすることがわかった。異方解析法の問題点を克服し、完成と急ぎたい。今後計算は、九大大型計算機セマール FACOM 230-75 を用いた。

引用文献

- 1) 柳橋博孝 "不変量表示の応力ひずみ関係式 - 一般の場合 -" 見聞科学雑誌 第 6 号 1975. 12 月 PP. 103-112
 - 2) 柳橋博孝 "土の応力変形特性と FEM 解析 - 記報 -" 工学協会誌 第 76 号 1976. 2 月 PP. 201-202
 - 3) Palmenton, J.B "Application of Three-Dimensional Finite Element Analysis" Proc. of Symp. on Application of FEM in GE; Mississippi, Vol. I, pp. 155-214, 1972
- * Kulhawy, Duncan の original paper が入りこめたいと文献 (3) に依る。

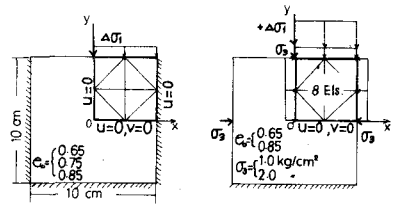


FIG. 1 (a): 1-Dimensional Comp. Test FIG. 1 (b): Plane Strain Test

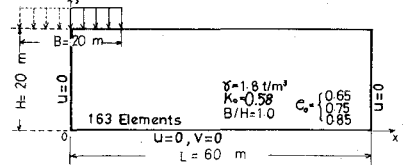


FIG. 1 (c): Partial Loading Conditions

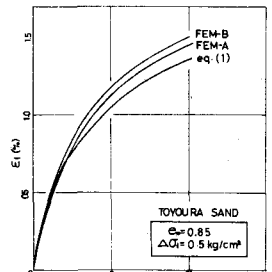


FIG. 2: STRESS-STRAIN BEHAVIOURS UNDER LATERAL STRAIN RESTRICTED CONDITION

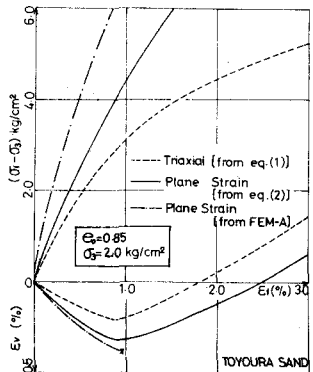


FIG. 3: STRESS-STRAIN BEHAVIOURS UNDER BOTH AXISYMMETRIC AND PLANE STRAIN CONDITIONS

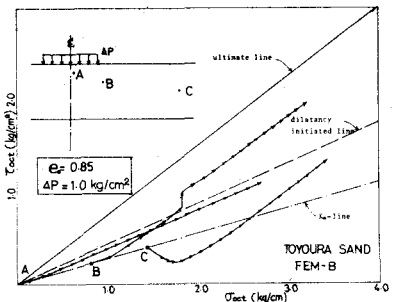


FIG. 4: STRESS PATHS AT ARBITRARY POINTS