

土の均等係数、曲率係数と粒度分布定数との関係

九州工業大学 学生員 ○植地保史
正員 保里昌平
正員 宮脇裕之介

§1 まえがき

土の粒度分布が、比較的簡単な数学的分布関数で表わされれば、その分布関数のパラメーターによって分布を表現でき、均等係数、曲率係数、比表面積などを解析的に求めることができる。

本報では、i) Rosin-Rammler 分布, ii) Gaudin-Schuhmann 分布, iii) 対数正規分布, iv) Gaudin-Meloy-Harris 分布の4つの粒度分布関数に対して、土の粒度分布が適合するかどうか調べる。これらの分布関数のパラメーターと、土の均等係数、曲率係数との関係を探る。

§2 粒度分布定数と均等係数、曲率係数との関係

i) Rosin-Rammler 分布

R-R分布は次のように表わされる。

$$y = 100 \left[1 - \exp \left\{ - \left(\frac{x}{b} \right)^a \right\} \right] \quad (1)$$

y は x (粒径) より小さい粒群の重量%, b は粒度特性値, a は粒度分布指数である。(1)式は横軸に $\log x$, 縦軸に $\log \{ \log [100/(100-y)] \}$ とした R-R 線図で直線化される。

才1図は R-R 線図と利用した一例である。データは、山内豊隆; 土質力学 (昭和35年) P.18 を用いた。R-R 分布が適用される場合、均等係数 U_c , 曲率係数 U_c' は

$$U_c = \frac{D_{60}}{D_{10}} = 8.697 \frac{1}{a}$$

$$U_c' = \frac{D_{30}^2}{D_{10} D_{60}} = 1.318 \frac{1}{a}$$

となる。 a と U_c , U_c' との関係は才2図に示した。

ii) Gaudin-Schuhmann 分布

$$y = 100 \left(\frac{x}{K} \right)^\alpha \quad (2)$$

α は粒度分布指数, K は粒度指数である。この分布は、両対数方眼紙で直線化される。G-S 分布の場合、 U_c , U_c' は

$$U_c = 6 \frac{1}{\alpha}$$

$$U_c' = 1.5 \frac{1}{\alpha}$$

となる。 α と U_c , U_c' との関係は才2図に示した。

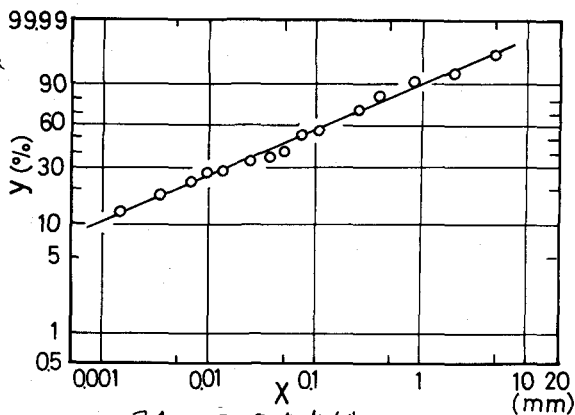


図1 R-R 分布例

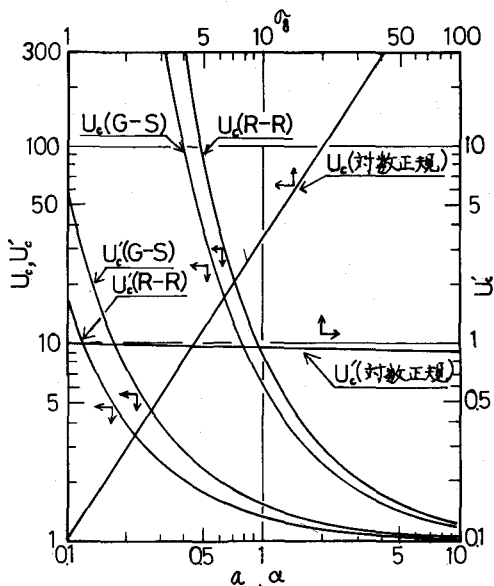


図2 粒度分布定数と U_c , U_c' との関係

iii) 対数正規分布

$$y = \frac{100}{\log \sigma_g \sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp \left\{ -\frac{(\log x - \log D_{50})^2}{2 \log^2 \sigma_g} \right\} d \log x \quad (3)$$

σ_g は幾何標準偏差でつぎの関係がある。

$$\sigma_g = (84.13\% \text{ 通過粒度}) / (50\% \text{ 通過粒度})$$

対数正規分布は、

$$\frac{\log x - \log D_{50}}{\log \sigma_g} = t$$

の変換によって、標準正規分布(4)になる。

$$y = \frac{100}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t_2} \exp \left(-\frac{t^2}{2} \right) dt \quad (4)$$

この場合、 U_c, U'_c は

$$U_c = \sigma_g^{t_{50}-t_{10}} = \sigma_g^{1.535} \quad U'_c = \sigma_g^{(2t_{50}-t_{10}-t_{90})} = \sigma_g^{-0.0206}$$

となる。 σ_g と U_c, U'_c との関係は才2図に示した。

iv) Gaudin-Meloy-Harris 分布

$$y = 100 \left[1 - \left\{ 1 - \left(\frac{x}{x_0} \right)^\alpha \right\}^r \right] \quad (5)$$

x_0 は最大粒径、 r は粒度比、 α は分布定数である。

この分布は、 $\alpha = 1$ のとき Gaudin-Meloy 分布、 $r = 1$ のとき G-S 分布となる。なお、G-M-H 分布は、R-R 分布をも特殊な場合として包括している。

U_c, U'_c は

$$U_c = \left\{ \frac{1-0.4^{\frac{1}{\alpha}}}{1-0.9^{\frac{1}{\alpha}}} \right\}^{\frac{1}{\alpha}} \quad U'_c = \left\{ \frac{(1-0.7^{\frac{1}{\alpha}})^2}{(1-0.4^{\frac{1}{\alpha}})(1-0.9^{\frac{1}{\alpha}})} \right\}^{\frac{1}{\alpha}}$$

となる。 r, α と U_c, U'_c との関係は才3図、才4図に示す。

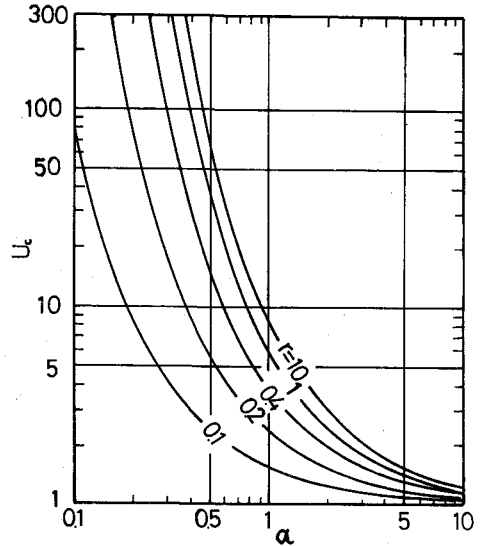


図3 粒度分布定数と U_c との関係

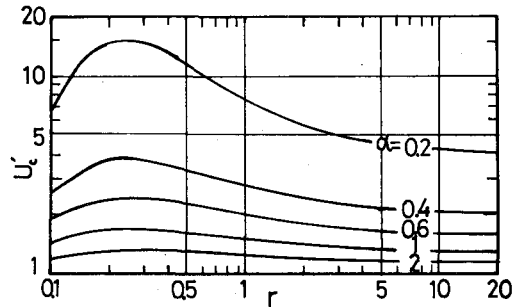


図4 粒度分布定数と U'_c との関係

§3 まとめ

粉粒体を取り扱う各種の分野において、種々の粒度分布関数が利用されてゐるが、土の粒度分布に対しても、これら粒度分布関数の利用が期待される。

本報では、代表的な粒度分布関数である、i) Rosin-Rammler 分布、ii) Gaudin-Schuhmann 分布、iii) 対数正規分布、iv) Gaudin-Meloy-Harris 分布、の粒度分布定数と土の均率係数 U_c 、および曲率係数 U'_c との関係を求めた。

1) R-R 分布、G-S 分布において、 U_c, U'_c は粒度特性値、粒度指数には影響されず、粒度分布指数のみにより定まる。

2) 対数正規分布の場合も U_c, U'_c は幾何標準偏差のみに影響を受ける。とくに U'_c に対しては σ_g の影響は無視できる程度で、つねに $U'_c \div 1$ である。

3) G-M-H 分布では、 U_c, U'_c は最大粒径 x_0 に影響されず、粒度比 r 、分布定数 α によって定まる。

なお、分布関数により、比表面積を求むことができるので、土の粒度分布と透水係数との関係と問題とするような場合に対しても、分布関数の利用が期待される。