

九州大学工学部 正員 ○後藤恵輔

" " 山内豊隆

1. まぎ

土も弾性体と見なすとき、そのヤング率 E とせん断剛性 G との関係は、ポアソン比を ν とし $E/G = 2(1+\nu)$ で表わされ、2~3 の値をとる。これに対して、W.H. Weiskopf¹⁾ は、実際の土では土粒子相互の滑動のためにせん断抵抗が小さくなることに着目して、土も G の値が E に比べて弾性体より小さい、すなわち $E/G > 2(1+\nu)$ であるような材料と考へて、独自の理論を展開した。この研究は長い間埋もれていたが、丁度30年後に B. Mista & B.R. Sen²⁾ に見出され、彼らは Weiskopf 理論の基礎が土粒子相互の滑動にあることから、この理論も粒状体の力学に適用して、一樣な粒状地盤の軸対称問題の解の誘導に成功している。

"Weiskopf 体" とは、このように定義の弾性体であるがヤング率とせん断剛性の関係が $E/G > 2(1+\nu)$ となるような材料を指す著者らの造語である。Weiskopf 体の考え方によれば、ゆるい砂では土粒子の結合が弱いために土粒子相互の滑動が大きく E/G は大きな値をとり、逆に締まった砂では土粒子の強い結合に起因して土粒子は相互に余り滑動せず E/G は弾性体に近い小さな値をとることになる。しかし、Weiskopf 体はこのような砂に代表される粒状土に対してのみ適用されるものではない。すなわち、Weiskopf や Mista & Sen のように土のせん断抵抗の低下が土粒子相互の滑動に起因するとすれば、確かに粒状土のみが Weiskopf 体の対象となるが、せん断抵抗の低下が土構造の変化からみるとすれば、粘性土も Weiskopf 体と考えることが可能である。したがって、著者らは Weiskopf 体も砂質土から粘性土に至る広い範囲の土もカバーしうる材料であると考えて、ここに Weiskopf 体としての一樣半無限地盤の応力ならびに変位の特性を報告するものである。この力学特性については Mista & Sen がかなり詳細に調べているが、本報ではこれと重複せぬように努めるとともに、W.J. Turnbull³⁾ の実験に本理論を適用して比較検討も行った。

2. 円形等分布荷重をうける一樣半無限地盤の解

Weiskopf 体に関する軸対称問題の解は、Mista & Sen²⁾ より次のように導かれていく。すなわち、 (r, θ, z) を荷重中心を原点とする円筒座標として、直応力を σ_r , σ_θ , σ_z , せん断応力を τ_{rz} , r および z 方向の変位を u , w と記せば、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \int_0^\infty \{ \alpha^2 f_1(\lambda z) + \beta^2 g_1(\lambda z) \} \lambda^3 J_0(\lambda r) d\lambda - \frac{1}{r} \int_0^\infty h(\lambda z) \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda \\ \sigma_\theta &= \nu \int_0^\infty \{ (\alpha^2 - 1) f_1(\lambda z) + (\beta^2 - 1) g_1(\lambda z) \} \lambda^3 J_0(\lambda r) d\lambda + \frac{1}{r} \int_0^\infty h(\lambda z) \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda \\ \sigma_z &= - \int_0^\infty \{ f_1(\lambda z) + g_1(\lambda z) \} \lambda^3 J_0(\lambda r) d\lambda, \quad \tau_{rz} = \int_0^\infty \{ \alpha f_2(\lambda z) + \beta g_2(\lambda z) \} \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda \\ u &= \frac{1+\nu}{E} \int_0^\infty h(\lambda z) \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda, \quad w = \frac{1+\nu}{E} \int_0^\infty \{ \alpha(L-1)f_2(\lambda z) + \beta(M-1)g_2(\lambda z) \} \lambda^2 J_0(\lambda r) d\lambda \end{aligned} \right\} (1)$$

ここに、 $h(\lambda z) = (L+K)f_1(\lambda z) + (M+K)g_1(\lambda z)$, $\frac{f_1(\lambda z)}{f_2(\lambda z)} = A e^{\alpha \lambda z} \pm B e^{-\alpha \lambda z}$, $\frac{g_1(\lambda z)}{g_2(\lambda z)} = C e^{\beta \lambda z} \pm D e^{-\beta \lambda z}$,
 $L = (K-1)/(\alpha^2-1)$, $M = -\alpha^2 L$, $\alpha = \sqrt{(2-k^2 + \sqrt{4k^2 - 4k^2})}/2$, $\beta = 1/\alpha$, $K = (1-k)/(1-\nu)$, $k = E/G(1+\nu)-1$,
 $J_m(\lambda r)$: m 次の第一種 Bessel 関数。さらに、 A, B, C および D は、境界条件から決定される積分定数である。

ここで取扱う一樣半無限地盤上の円形等分布荷重に対しては、式(1)は次の荷重強度、 a : 荷重半径として次のようになる。

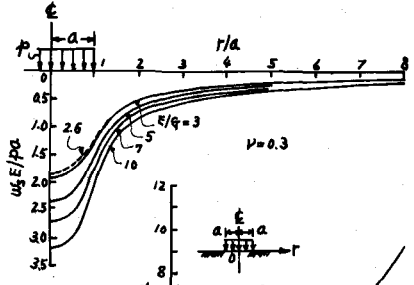


図-1

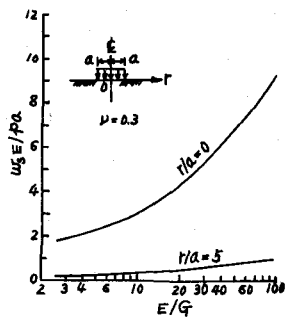


図-2

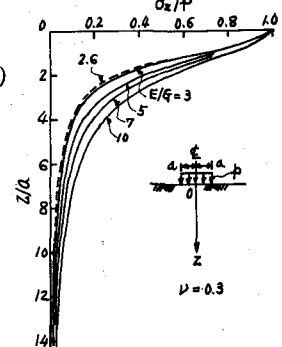


図-3

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{pa}{\alpha - \beta} \int_0^\infty (\alpha e^{-\beta z} - \beta e^{-\alpha z}) J_1(\alpha a) J_0(\alpha r) d\alpha \\ \tau_{rz} &= \frac{pa}{\alpha - \beta} \int_0^\infty (e^{-\beta z} - e^{-\alpha z}) J_1(\alpha a) J_1(\alpha r) d\alpha \\ u &= \frac{pa(1+\nu)}{E(\alpha - \beta)} \int_0^\infty [(M+K)\alpha e^{-\beta z} - (L+K)\beta e^{-\alpha z}] \frac{1}{\alpha} J_1(\alpha a) J_1(\alpha r) d\alpha \\ w &= \frac{pa(1+\nu)}{E(\alpha - \beta)} \int_0^\infty [(M-L)\alpha e^{-\beta z} - (L-L)\beta e^{-\alpha z}] \frac{1}{\alpha} J_1(\alpha a) J_0(\alpha r) d\alpha \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

3. 計算結果

図-1,2は表面沈下量の E/G による変化を示すもので、図中破線は通常の弾性体に対するF.Schleicherの解である。沈下量は E/G の増加に伴ない増大する傾向にあるが、この傾向は特に荷重中心近傍において著しく、沈下の集中が認められる。このことは、ゆるい砂地盤や軟弱な粘土地盤において荷重近傍が大きく沈下する実際の現象からも頷けることである。

図-3に荷重中心軸上の鉛直応力の深さ方向分布を示す。鉛直応力は同一深度において E/G の大きなるほど大きく、砂地盤がゆるく粘土地盤が軟弱なほど荷重の分散効果が低下することを示している。

図-4,5はポアソン比の沈下量と鉛直応力に及ぼす影響を表わすものである。図-4から明らかなように、表面沈下量はポアソン比が増加するにつれて大きく減少し、ポアソン比の0.2から0.5への変化に対して表面沈下量は25%も減少している。これに対して、荷重中心の鉛直応力は、図-5に示されているように、表面沈下量ほどポアソン比の影響を受けず、 $E/G=5$ を境にして E/G がこれより小なるときはポアソン比の増加とともに減少し、大なるときは逆に増加している。

4. 実験との比較

Turnbullら³⁾が一樣な砂地盤に対して行なった現場実験の結果にWeiskopf体の理論を適用してみる。各深さにおける鉛直応力の半径方向分布も図-6(a)~(d)に、深度1ft.における沈下量のものを図-7(a)~(c)に示す。図-7においては、ヤング率およびポアソン比をそれぞれ $E=40,000$ PSI, $\nu=0.3$ としている。鉛直応力に関しては $E/G=5$ が、沈下量に関しては $E/G=8$ がそれぞれ実測値とかなりよく一致しているが、沈下量の実測値が載荷端付近で急減しているのに対して、理論ではこれもうまく表現し得ていないことは否めない。また、実測値に近い結果を与える E/G の値が鉛直応力と沈下量とで異なるのには、問題があろう。強いていえば、鉛直応力に対してFröhlichの応力集中係数がよく用いられることを考慮すれば、 E/G が鉛直応力および沈下量の算定でそれぞれ異なることも許されるかも知れない。

参考文献 1) Weiskopf, W.H. (1945): Jour. Franklin Inst., 239, 445/465. 2) Mista, B. & Sen, B.R. (1975): Int. Jour. Eng. Sci., 13-7/8, 743/761. 3) Turnbull, W.J., et al. (1961): Proc. 5th Int. Conf.

SMFE, 2, 337/345. 4) Schleicher, F. (1926): Bauing., 7-48 u. 49, 471/435; 449/452.

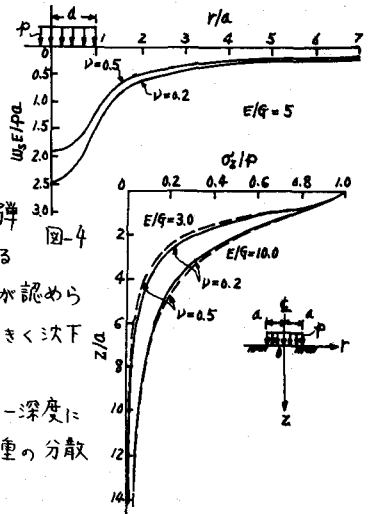


図-1

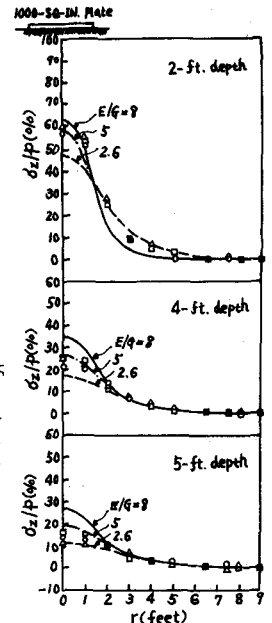
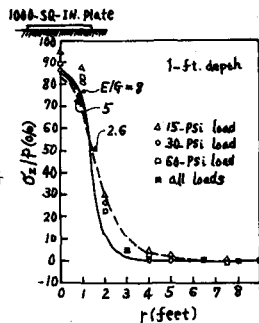


図-2



1000-SQ-IN. Plate

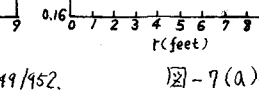
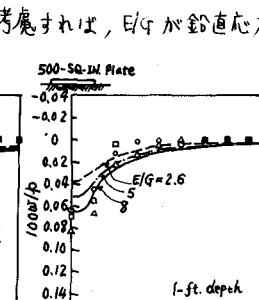
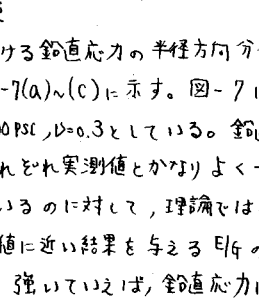
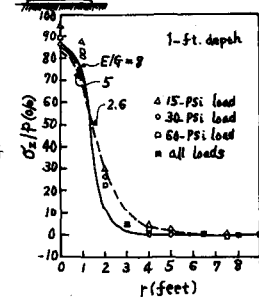


図-6(a)~(d)

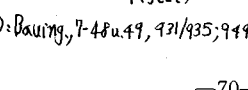
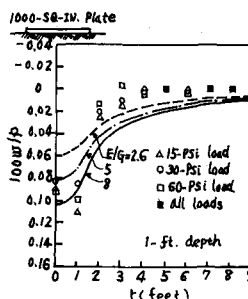


図-7(a)~(c)