

長崎大学工学部 正員 高橋和雄

日本道路公団 正員 室井智文

長崎大学工学部 学生員・平野巖

1. 緒言 構造物に風が作用すれば構造物の断面形状によって定まる抗力、揚力および空力モーメントの3分力が作用する。本題の理論的取り扱いについては一般に補剛桁とケーブルの水平変位が卓越するために抗力のみ検討される場合が多く、3分力は各々独立に取り扱われている。しかしながら吊橋の断面形状に関して揚力や空力モーメントの成分が無視できない場合や吊橋の補剛桁とケーブルの変位差やケーブルが空間曲線をなすこと、補剛桁自身が最初からキャンバーによる初期曲率を持つことなどによる構造特性のために補剛桁には鉛直、水平およびねじれの各変形が連成することになる。そこで、本論では、キャンバーによる初期曲率を有する吊橋の連成を考慮した基礎式¹⁾を用いて3分力を受ける吊橋の変形と応力解析を試みたものである。なお、長支間吊橋においては水平変位が相当に大きくなるために、ケーブル方程式にはケーブルの鉛直変位のみならず、水平変位も考慮した。基礎式の解析にあたってはガラーキン法を適用し、変形の適合条件式としてえられるハンガーの傾斜角を未知数に加える解法を用い、無限級数の収束を従来の手法よりも速くすることを可能にたらしめた。数値計算において解の収束性、ケーブルの活荷重水平張力の影響、キャンバーの影響について報告したものである。

2. 基礎式 撓度理論と同程度の精度をもつキャンバーによる初期曲率を有する基礎式は、次式で与えられる²⁾。

$$EI_v U^{(4)} - (2H_w + H_{p1} + H_{p2}) U'' + EA \chi^2 U + (H_{p1} - H_{p2}) \frac{1}{2} \varphi'' = P_0 - (H_{p1} + H_{p2}) \frac{3\varphi}{2} \quad (1)$$

$$(H_{p2} - H_{p1}) \frac{1}{2} U'' + EI_\omega \varphi^{(4)} - (GJ - 2\chi EI_{y\omega}) \varphi'' - (2H_w + H_{p1} + H_{p2}) \varphi'' + EI_R \chi^2 \varphi - E(I_{y\omega} - \chi I_\omega) V^{(4)} + \chi(E\chi I_{y\omega} - EI_R - GJ) V'' + \alpha(P_0 + W_L)\theta = m_x - (H_{p2} - H_{p1}) \frac{4\varphi}{2} \quad (2)$$

$$-E(I_{y\omega} - I_\omega)\chi\varphi^{(4)} + \chi(E\chi I_{y\omega} - EI_R - GJ)\varphi'' + E(I_R - 2I_{y\omega}\chi + I_\omega\chi^2)V^{(4)} - GJ\chi^2 V'' + (P_0 + W_L)\theta = P_0 \quad (3)$$

$$(2H_w + H_{p1} + H_{p2}) V'' + (P_0 + W_L)\theta = -P_0 \quad (4) \quad \text{ここに、} R_L\theta = V - \bar{V} + \alpha\varphi \quad (5), \quad A_0 = \int_A dA, \quad I_R = \int_A y^2 dA, \quad I_v = \int_A x^2 dA, \quad I_\omega = \int_A \omega^2 dA, \quad I_{y\omega} = \int_A y\omega dA, \quad J = \int_A \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right\} dA, \quad \chi = 8\varphi^*/L^2$$

長支間吊橋では水平変位が相当大きくなることを考慮すれば、ケーブル方程式は次式となる。

$$H_L = -E_c A_c / L_E \left[\sum_{n=1}^{\infty} \{ x_n^2 \int_0^L \bar{u}_x dz - \frac{1}{2} \int_0^L \bar{u}_x^2 dz \} - d_n \int_0^L \bar{L}_T \right] \quad (6) \quad \text{ここに、} L_E = \int_0^L \sec^2 \varphi dz, \quad \bar{L}_T = \int_0^L \sec^2 \varphi dz, \quad \bar{u}_x = u + b\varphi/2$$

3. 風荷重を受ける吊橋の変形と応力 3径間単純吊橋を対象に3分力を考慮した一様分布の風荷重を受ける場合の静的挙動を解析する。吊橋の補剛桁断面の2次元模型による風洞実験により求められた抗力、揚力および空力モーメントの係数を任意の迎え角について線形化すれば、吊橋に作用する外力は次のように与えられる。

$$P_0 = -L_x - L_x^* \varphi, \quad P_L = D_x + D_x^* \varphi, \quad m_x = M_x + M_x^* \varphi, \quad P_0 = D_c \quad (7)$$

吊橋の塔が変形しないものとするれば、補剛桁の境界条件を満足する各変位は次のように仮定することかできる。

$$U = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\pi x/L, \quad \varphi = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\pi x/L, \quad V = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin n\pi x/L, \quad \bar{V} = \sum_{n=1}^{\infty} d_n \sin n\pi x/L, \quad \theta = \sum_{n=1}^{\infty} e_n \sin n\pi x/L \quad (8) \quad \text{ここに、} \xi = z/L$$

上式を基礎式に代入してガラーキン法を適用すれば、次の未定係数連立方程式がえられる。

$$\begin{aligned} & \{ EI_v \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 + (2H_w + H_{p1} + H_{p2}) \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 + EA \chi^2 \} a_n + \left\{ -\frac{1}{2} (H_{p1} - H_{p2}) \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 + L_x^* \right\} b_n = -\frac{3}{2L} \{ L_x + (H_{p1} + H_{p2}) \frac{3\varphi}{2} \} \{ 1 - (-1)^n \} \\ & - \frac{1}{2} (H_{p1} - H_{p2}) \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 a_n + [EI_\omega \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 + \{ GJ - 2\chi EI_{y\omega} + \frac{1}{2} (2H_w + H_{p1} + H_{p2}) \} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 + EI_R \chi^2 - M_x^*] b_n + [E\chi(I_\omega - I_{y\omega}) \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 \\ & + \chi(GJ + EI_R - E\chi I_{y\omega}) \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2] c_n - \alpha(L_x - W_L) e_n = \frac{3}{2L} \{ M_x + \frac{1}{2} (H_{p1} - H_{p2}) \frac{3\varphi}{2} \} \{ 1 - (-1)^n \} \\ & \{ -E(I_{y\omega} - I_\omega)\chi \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 + \chi(GJ + EI_R - I_{y\omega}\chi) \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 - D_x^* \} b_n + \{ E(I_R - 2I_{y\omega}\chi + I_\omega\chi^2) \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 + GJ\chi^2 \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \} c_n - (L_x - W_L) e_n \\ & = \frac{3}{2L} \{ 1 - (-1)^n \} D_c \\ & - (2H_w + H_{p1} + H_{p2}) \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 d_n - (L_x - W_L) e_n = -\frac{3}{2L} \{ 1 - (-1)^n \} D_c \\ & \alpha b_n + c_n - d_n - \{ R_L - 2(\xi + \xi^*) \left(\xi + \frac{1}{\pi^2 \xi^2} \right) \} e_n = \frac{32(\xi + \xi^*)}{L^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m^2}{(m^2 - \xi^2)^2} e_m \end{aligned} \quad (9)$$

側径間については上記の連立方程式に suffix 1 をつければよい。ただし上式の第5式は次式のようになる。

$Qb_{n1} + C_{n1} - d_n - \{h_a - 2f_1(\frac{1}{2} + \frac{1}{n^2} - \frac{f_1^2}{4f_1^2} + \frac{f_1^2}{4f_1^2})\}e_{n1} = \frac{16f_1}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m^2}{(m^2 - n^2)^2} [1 + (-1)^{m+n} (\frac{f_1}{2f_1} - \frac{f_1}{2f_1}) (-1)^{m+n} - 1] e_{m1} \quad (10)$
 ケーブル方程式は、 $H_{p1} = E_c A_c / L \{ \frac{16f_1}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} (a_m + \frac{1}{2} b_m) + \frac{32f_1}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} (a_m + \frac{1}{2} b_m) + \frac{16f_1}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} + \frac{16f_1}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} d_m - \alpha \pi T L_T \}$ (11) 式(11)のケーブルの活荷重張力 H_{p1} はケーブルの変形によって定まるが、式(9)の連立方程式の係数項にこれらの項が含まれるために、計算は一種の試算による収束計算となる。収束判定には H_{p1} の相対誤差が0.1%となる値を用いた。

1)従来の解法との比較および解の収束 基礎式(3),(4)において、補剛桁およびケーブルの水平変位 v 、 $\bar{v}$ および外力として水平成分のみを残し、設計風速54 m/secに対する関門橋の中央径間の中点の補剛桁およびケーブルの水平変位 v 、 $\bar{v}$ の収束状況を図-1に示す。図において横軸はフーリエ級数の項数を、縦軸は変位 v 、 $\bar{v}$ を示す。本法の級数の収束はきわめて早く、3項程度で完全に収束するが、伊藤氏の方法の収束は遅く、本法と同程度の解をうるためには3倍以上の項数を必要とする。

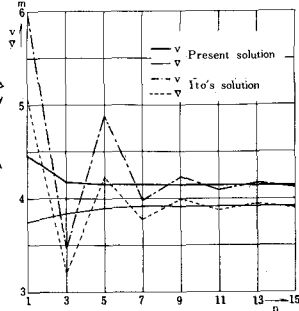


図-1 v 、 $\bar{v}$ の収束状況

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
H_{p1} (t)	-182.2	-164.2	18.2	0.0	0.0
H_{p2} (t)	-173.5	-155.3	18.2	0.0	0.0
v (m)	4.178	4.183	4.144	4.143	4.154
$\bar{v}$ (m)	3.958	3.926	3.891	3.920	3.923
u (m)	-0.080	-0.177	-0.094	-1.010	-0.853
ϕ (rad.)	-0.0003	-0.0003	0.0000	-0.0001	-0.0052

表-1 主径間の変位の比較

2)ケーブルの活荷重水平張力および曲率の影響 表-1に風の迎え角 $\alpha=0^\circ$ について、 $K=0$ の場合の(1)従来のケーブル方程式を用いた場合、(b)ケーブルの水平変位をも考慮したケーブル方程式を用いた場合、(c)水平変位をも考慮したケーブル方程式を用いて、外力として抗力のみを用いた場合、(d)ケーブルの水平活荷重張力を無視する場合および $\bar{v} = 5.685 \times 10^{-5}$ について(e)ケーブルの活荷重水平張力を無視する場合の各ケースの H_{p1} 、 H_{p2} および径間中央の変位 v 、 $\bar{v}$ 、 u 、 ϕ を示す。表より水平変位 v 、 $\bar{v}$ についてはケーブルの活荷重張力の影響はほとんど認められず、(c)欄の抗力のみを考慮した解析で十分である。補剛桁の鉛直変位 u については、(d)のケーブルの活荷重水平張力の変化を無視する場合には揚力により中央で1m程度浮き上がるが、(a)のケーブルの鉛直変位のみを用いたケーブル方程式を用いると、補剛桁の変位は8cm程度浮き上がるのみで、ケーブルの活荷重張力は鉛直変位にきわめて大きな影響を及ぼす。また、(b)のケーブルの水平変位をも考慮したケーブル方程式を用いると、補剛桁は18cm程度上方に変位することになる。これはケーブルが水平方向に移動することが不可能で、塔頂を結ぶ線上で振子状の動きをすることを意味する。また、(e)の曲率 γ は水平変位に付随するねじれに影響を及ぼす。

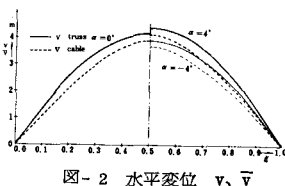


図-2 水平変位 v 、 $\bar{v}$

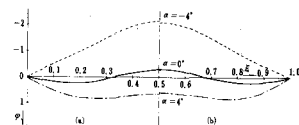


図-3 ねじれ角 ϕ

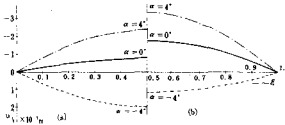


図-4 鉛直変位 u

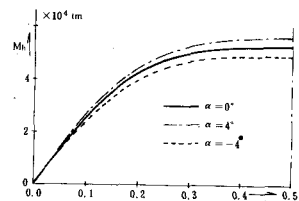


図-5 水平方向曲げモーメント M_x

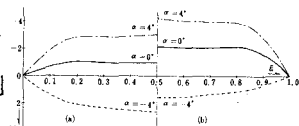


図-6 鉛直方向曲げモーメント M_y

(e)の曲率 γ は水平変位に付随するねじれに影響を及ぼす。

3)風の迎え角の影響 風の迎え角 α が 4° および -4° の場合の補剛桁およびケーブルの水平変位 v 、 $\bar{v}$ ねじれ角 ϕ 鉛直変位 u 、水平方向曲げモーメント M_x 鉛直方向曲げモーメント M_y を図2~6に示す。なお図の(a)は従来のケーブル方程式を用いた場合、(b)は水平変位をも考慮したケーブル方程式を用いた場合を示す。これらより補剛桁の鉛直およびねじれは風の迎え角の影響を著しく受けるが、水平変位については小さい。迎え角を考慮する場合が迎え角がゼロの場合よりも大きな変形したかつて大きな断面力を生ずる。一般に迎え角が正の場合すなわち風が補剛桁を吹き上げる方向に作用する場合が不利となる。なお、これらの詳細については、当日資料を配布する。

参考文献、1)基礎補：連成を考慮した吊橋の基礎方程式について(第1報：微小変形の場合)、土木学会第30回年次学術講演会講演概要集、第1部、昭和50年11月、pp.401~403