

九州大学 正 員 太田 俊昭

〃 〃 大塚 久哲

〃 学生員 〇 田村 一美

〃 〃 井上 和也

1. ま え が き

本研究は、断面一様な箱桁を例にとり、有限帯板要素法による薄肉構造物の弾塑性解析の手法を示したものである。周知のとおり、薄肉箱桁の一般的な弾塑性解析数値計算法として有限要素法があるが、この種の立体折板構造の弾塑性解析では、未知数が著しく大となる他に収束計算なので膨大な計算量を要する。有限帯板要素法は、本質的には有限要素法と言えるが、未知数を低減する効果も有し、薄肉箱桁などの複雑な折板構造に有利な実用解法である。ここでは、同手法により単純支持 1-Box 桁の弾塑性曲げ数値解析を行ない、結果の一部を報告するものとする。

2. 基礎式

本解析では、次のような仮定を導入する。1) ひずみ、変形量はすべて微小とする。2) 材料は、等方性の直線硬化性弾塑性体とする。3) 塑性域における応カーひずみ関係は、Prandtl-Reuss の塑性流氷理論に従う。4) 降伏域の判定には、von Mises の降伏条件式を用いる。5) 構造物は両端単純支持とし、断面は 1-Box とする。分割された帯板要素の面内変位 u , v , 面外変位 w の変位関数を次のように仮定する。(Fig. 1 参照)

$$\begin{aligned} u &= \sum_{m=1}^3 \left[(1-\bar{x}) u_{im} + \bar{x} \cdot u_{jm} \right] \sin k_m y \\ v &= \sum_{m=1}^3 \left[(1-\bar{x}) v_{im} + \bar{x} \cdot v_{jm} \right] \cos k_m y \\ w &= \sum_{m=1}^3 \left[(1-3\bar{x}^2+2\bar{x}^3) w_{im} + (\bar{x}-2\bar{x}^2+\bar{x}^3) \theta_{im} \right. \\ &\quad \left. + (3\bar{x}^2-2\bar{x}^3) w_{jm} + (\bar{x}^2\bar{x}-\bar{x}\bar{x}) \theta_{jm} \right] \sin k_m y \end{aligned} \quad (1)$$

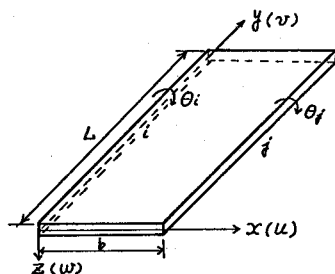


FIG. 1 A STRIP ELEMENT

ただし、 u_{im}, u_{jm} などは節線変位を表わし、 $k_m = m\pi/L$, $\bar{x} = x/b$ とする。弾塑性域までの計算を統一的行なうため、ひずみ-変位関係を増分形式で表わし、ポテンシャルエネルギー最小の定理により帯板の剛性マトリックスを誘導した。

さて、降伏域での Reuss の応カーひずみ方程式としては、材料の硬化性を考慮した次式を採用する。

$$\left. \begin{aligned} d\sigma &= D_{ep} d\varepsilon \\ D_{ep} &= D_e - D_p \\ D_p &= \frac{D_e \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D_e}{H' + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D_e \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし、 F は降伏関数、 D_e は弾性特性マトリックス、 D_p は塑性特性マトリックス、 D_{ep} は弾塑性特性マトリックス、 H' はひずみ硬化係数である。

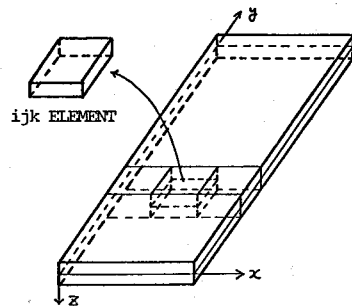


FIG. 2 ijk ELEMENT

3. 解析手法

(1). 塑性域の判定

塑性域の広がりさ考慮するために、分割した帯板要素をFig-2に示すように、 x, y, z 方向にいくつかの細要素(以下、はた要素と呼ぶ)に分割する。さらに、精度を上げるために、はた要素の8つの点の応力を用いて平均応力 σ_{mean} を求める。この平均応力 σ_{mean} を用いて、平面応力場の相当応力 σ を計算し、von Misesの降伏条件式によって降伏域の判定を行なう。(2)荷重増分量の決定および応力修正

収束計算に際しては、山田⁽ⁱⁱ⁾とMarcal⁽ⁱⁱⁱ⁾の方法を合せた次の手法を採用した。すなわち、Fig-3に示すように、要素の降伏は、PR上で応力がQ点に達した時に生じるゆえ、 $PQ/PR = r$ とあれば次の式が成立する。

$$(\sigma_x + r d\sigma_x)^2 + (\sigma_y + r d\sigma_y)^2 + (\sigma_z + r d\sigma_z - \sigma_y - r d\sigma_y)^2 + 6(\sigma_x + r d\sigma_x)(\sigma_y + r d\sigma_y) = 2\sigma_y^2 \quad (3)$$

そこで、まず計算に当っては試験的な荷重増分 ΔP を与える。物体内のすべての弾性要素について式(3)の r を求め、このようにして得られた r の最小値を r_{min} とすれば、 r_{min} の要素が次に降伏し、そのために必要な荷重増分は、 $r_{min} \times \Delta P$ となる。また、塑性計算においては、その収束計算中に弾性要素が初期降伏曲面をよみ出すことがあり得る。そのような要素については、式(3)の r を用いて、次式(4)のようにして初期降伏曲面上の修正応力 σ を求め、収束計算をくり返すことになる。

$$\sigma = \sigma_0 + r \cdot d\sigma_0 + (1-r) D_p \cdot d\epsilon \quad (4)$$

ただし、 σ_0 は前段階までの純応力であり、 $d\sigma_0 = D_0 d\epsilon$ とする。

4. 計算例

計算例として、Fig-4に示すような断面を持つ薄肉箱桁のスリット中央(Point 1, Point 3)に z 方向の集中荷重2個を載荷した。断面諸量をFig-4, Fig-5に示す。

5. 計算結果および結論

結果の一部をFig-5~Fig-8に示すが、詳細は講演時に報告する。なお、本計算法によれば、各要素の初期降伏曲面上の応力を的確に把握することができる。また、板厚を2分割しているので、塑性域の広がりさ詳細につかむことができる。

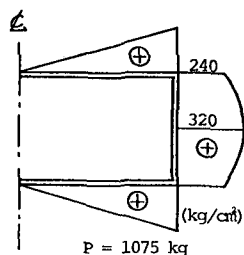


FIG. - 6 z-分布 (変位)

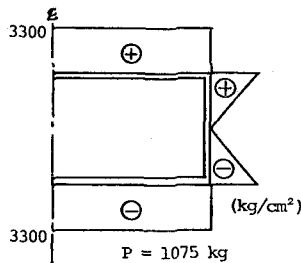


FIG. - 7 σ_y -分布 (スリット中央)

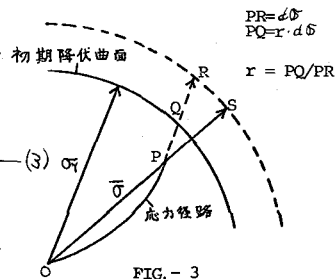


FIG. - 3

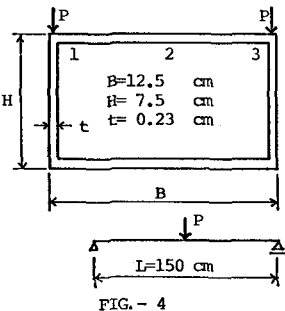


FIG. - 4

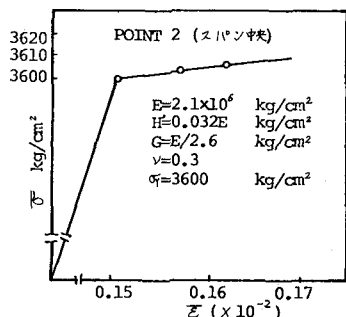


FIG. - 5 σ - ϵ 曲線

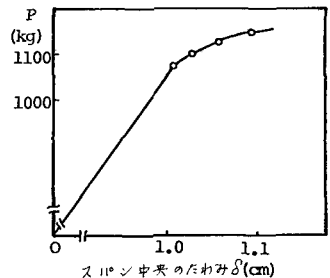


FIG. - 8 P- δ 曲線

参考文献

- (i) Y.K. Cheung : Am. Soc. Civ. Engrs. 94 Em 6, 1365-78 (1968)
- (ii) 山田嘉昭 : 塑性・粘弾性 培風館 (1972)
- (iii) P.V. Marcal and I.P. King : International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 9 (1967), P. 143