

九州大学 工学部 正員 小坪 清真
九州工業大学 正員 〇高西 照彦

1. まえがき 著者等は前論^{(1),(2)}において、多柱基礎の横方向群杭効果に関する理論的並びに実験的研究を行い、著者等が導いた理論解と実験値とが比較よく一致することを示した。前論における理論解は、まず地盤中に根入れされた単杭がその杭頭に水平荷重を受けた時の杭の変形曲線の厳密な解析解を求め、次にこの解を用いて図-1に示すような多柱基礎がその杭頭に水平荷重を受けた時の各杭の変形曲線を線形法想的考え方によって逐次近似的に求めて、これより多柱基礎の群杭効果の理論解を得ようとするものであった。この計算法に従えば、多柱基礎を構成する杭の本数が増えると、各杭の変形曲線を導く手数が加速度的に増大し、しかも煩雑で、これに多大の時間を必要とすることになる。また、各杭の直径がまちまちであったり、或るいは杭配置が不規則であるような場合については、さらに計算の手数は増加する。そこで本論では上述の欠点を改良した多柱基礎の横方向群杭効果の理論的解析法を新たに提案し、本法による数値計算結果の一例を示すとともに前論の計算結果と本論のそれとを比較して、両者がよく一致することを確かめた。

2. 解析理論 図-1に示す多柱基礎に対して、各杭間の連結を断ち、しかし杭頭は回転拘束状態のまま杭の頭部に x 方向水平単位荷重を加える。このとき j ($j=i, j, \dots$) 杭の x 方向の杭頭水平変位を δ_{ji}^{xx} 等と表わす。いまこれらの値が既知であるとすれば、多柱基礎の群杭効果は容易に求めることができる。即ち n 本から構成される多柱基礎の各杭の杭頭にそれぞれ x 及び y 方向の水平荷重を加えて、各杭の x 方向の杭頭変位を1、 y 方向のそれを0にするのに必要な荷重をそれぞれ Q_i^x, Q_i^y ($i=1, 2, \dots, n$) とおけば、 Q_i^x, Q_i^y 等は次の連立方程式の解として求め得る。

したがって、単杭の杭頭を1だけ変位させるのに必要な水平荷重を Q_0 とすれば、上述の多柱基礎の群杭効果は次式から得られる。 $e_n^x = \sum_{i=1}^n Q_i^x / nQ_0$ (2)

$$\begin{bmatrix} \delta_{11}^{xx} & \delta_{11}^{xy} & \dots & \delta_{1n}^{xx} & \delta_{1n}^{xy} \\ \delta_{11}^{yx} & \delta_{11}^{yy} & \dots & \delta_{1n}^{yx} & \delta_{1n}^{yy} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \delta_{n1}^{xx} & \delta_{n1}^{xy} & \dots & \delta_{nn}^{xx} & \delta_{nn}^{xy} \\ \delta_{n1}^{yx} & \delta_{n1}^{yy} & \dots & \delta_{nn}^{yx} & \delta_{nn}^{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_1^x \\ Q_1^y \\ \vdots \\ Q_n^x \\ Q_n^y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

これらのことから、結局問題は各杭に対する変位の影響係数 δ_{ij}^{xx} 等を求めることに帰着される。本論ではこの δ_{ij}^{xx} 等を次のようにして求めた。 i 杭の頭部に x 方向水平単位荷重を加えたときの周辺地盤の任意点 P (図-2)の x 及び y 方向の変形曲線の表式として、次式に示すように、各杭が他の杭の影響を受けずに単独で存在して、 x 及び y 方向に変位するときの周辺地盤の変形曲線を表わす式の各項にそれぞれ未定係数を掛けて、それらをすべての杭の個数について重ね合わせたものを採用した。

$$S_P = \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \{ U_m^{ix}(r_i) \cos \theta_i + U_m^{iy}(r_i) \sin \theta_i \} \sin \frac{m\pi z}{2H} + \sum_{j=1,3,5,\dots}^{\infty} \{ U_m^{jx}(r_j) \cos \theta_j + U_m^{jy}(r_j) \sin \theta_j \} \cos(\theta_j - \theta_i) \cdot \sin \frac{m\pi z}{2H} - \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \{ V_m^{ix}(r_i) \sin \theta_i - V_m^{iy}(r_i) \cos \theta_i \} \sin(\theta_j - \theta_i) \sin \frac{m\pi z}{2H} \} \quad (3)$$

$$S_P = \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \{ V_m^{ix}(r_i) \sin \theta_i - V_m^{iy}(r_i) \cos \theta_i \} \sin \frac{m\pi z}{2H} + \sum_{j=1,3,5,\dots}^{\infty} \{ U_m^{jx}(r_j) \cos \theta_j + U_m^{jy}(r_j) \sin \theta_j \} \sin(\theta_j - \theta_i) \cdot \sin \frac{m\pi z}{2H} + \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \{ V_m^{ix}(r_i) \sin \theta_i - V_m^{iy}(r_i) \cos \theta_i \} \cos(\theta_j - \theta_i) \sin \frac{m\pi z}{2H} \} \quad (4)$$

$$\begin{cases} U_m^{ix}(r_i) = \frac{1}{r_i} [A_m^{ix} \{ K_1(\eta_{pa} r_i) + \eta_{pa} r_i K_0(\eta_{pa} r_i) \} + B_m^{ix} K_1(\eta_{sa} r_i)] \\ V_m^{ix}(r_i) = \frac{1}{r_i} [A_m^{ix} K_1(\eta_{pa} r_i) + B_m^{ix} \{ K_1(\eta_{sa} r_i) + \eta_{sa} r_i K_0(\eta_{sa} r_i) \}] \end{cases} \quad \begin{cases} x = x, y \\ i = i, j, \dots \end{cases} \quad (5)$$

$$\eta_{pa} = \frac{m\pi}{2} \frac{a}{H} \sqrt{(1-2\nu)/2(1-\nu)}, \quad \eta_{sa} = \frac{m\pi}{2} \frac{a}{H}, \quad \eta_i = r_i/a \quad (i=i, j, \dots) \quad (6)$$

また、 $K_n(\cdot)$ は n 次の変形ベッセル関数、 ν は地盤のポワソン比、 a は杭半径である。

さらに、各杭の x 及び y 方向の変形曲線は

$$y_i^x = \sum_{m=1,3,5} Y_m^x \sin \frac{m\pi z}{2H} \quad (x=y, i=1,2,\dots) \quad (7)$$

と表わすことができる。ここに Y_m^x 等は未定係数である。さて、これらの未定係数 A_{ij}^{xx} , B_{ij}^{xx} 等、 Y_m^x 等の値は、各杭の弾性変形を支配する微分方程式及び杭と地盤との間に成立する変位の連続条件を満足するように定めればよい。しかし、連続の条件を厳密に満たすように未定係数を定めるのは非常に煩雑であるから、その代りに本論では、杭まわり地盤の変位として各杭の中心位置における地盤の変位を採用した。連続の条件を用いると B_{ij}^{xx} 等は A_{ij}^{xx} 等によって表わされるので未定係数の個数は、杭本数の6倍であったものが4倍の個数にまで減少する(もし必要なら Y_m^x 等も消去することは可能である)。したがって以上のことから、変位の影響係数 α_{ij}^{xx} 等も求めるためには結局未定係数 A_{ij}^{xx} 等と Y_m^x 等に関する杭本数の4倍の元数をもつ連立一次方程式を解けばよいことになる。このとき杭本数の多少、杭径の不均一性、柱配置の不規則性の如何にかかわらず、上記の多元連立一次方程式の各要素は電子計算機を利用して一定の規則に従って簡単な手続までこれを求めることができるので、前論の計算法のような煩雑さは一切なくなる。

3. 数値計算結果 数値計算結果の一例を図-3～5に示した。図において、 d は杭直径、 l は杭中心間距離、 $\alpha_0 = \frac{E_p d^4 \mu}{E_p I_p}$ で、 $E_p I_p$ は杭の曲げ剛性、 μ は地盤のせん断弾性定数である。図-3は l/d に対する多柱基礎の横方向群杭効果の変化をプロットしたものである。実線が本理論、点線が前理論で求めた結果である。本理論による結果は連続の条件の近似のため、 l/d が1に極く近いところで精度が減するが、その点を除けば前論の結果とよく一致している。なお9本杭に対しては前論においてその厳密解を求めることが煩雑であったので近似解を採用した。そのため本論の結果との間に多少の差が生じている。図-4は多柱基礎を構成している各杭の荷重分担率を、単杭に同じ頭部水平変位を生じさせるのに必要な水平荷重を1として表わしたものである。各杭に対する荷重分担率は l/d によってその値が変わるので、多柱基礎の設計の際にはこのことに注意する必要がある。図-5は多柱基礎を構成する杭本数と群杭効果の関係を示したものである。杭本数が増加するに従って群杭効果 e_n がなめらかな曲線の上によって減少していることがわかる。

図-5 杭本数と群杭効果

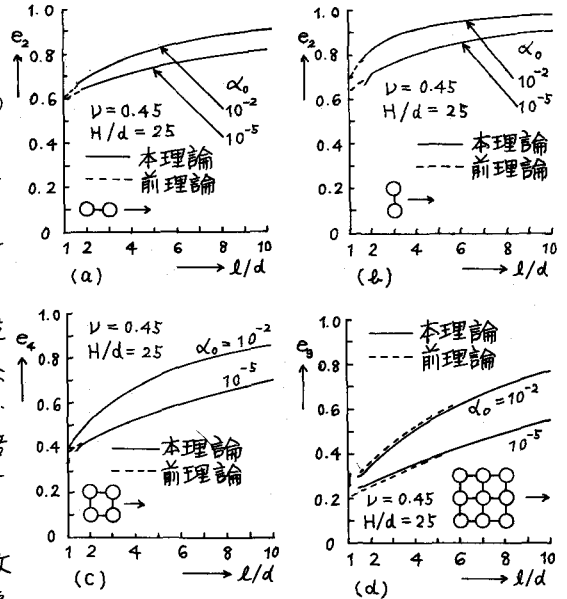


図-3 群杭効果の理論解

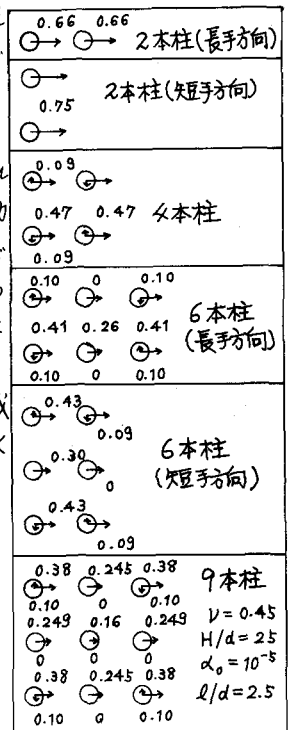


図-4 単杭に対する群杭の構成各杭の荷重分担率

(1) 小坪・高西：横方向群杭効果の理論的考察，土木学会論文報告集，第241号，1975年9月。

(2) 小坪・高西・河島：横方向群杭効果に関する模型実験，土木学会論文報告集，第248号，1976年4月。