

熊本大学工学部 正員 秋吉 卓
 熊本大学工学部 学生員 中山 移
 熊本大学工学部 学生員 ○藤村 秀樹

1 まえがき 応答スペクトルによる設計の対象となるものは比較的剛な構造物に限られるが、統一的な耐震設計基準が確立されていないことと、震度法の概念の分り易さから通常の構造物の耐震設計に応答スペクトルが用いられることが多いようである。しかしながら *Housner* 流の応答スペクトルは、地盤の影響を考慮しない平均スペクトルであるから、その耐震設計への適用は容易ではない。そこでここでは1次元半無限の地盤上に1自由度系の構造物が載っている系を取り上げ、地盤は履歴復元力を持ち、かつ波動は地下の無限遠に逸散する系の応答スペクトルおよび等価線形化した系の定常RMSを求めて、従来の結果との比較検討を行なった。

2 解析手順 図-1のように対象とする系は、水平せん断振動のみを許される離散系として考える。厳密には許されないが、地盤内の上昇波を全ての点で $\ddot{x}(t)$ として表わし、下降波は $u_0, u_1, u_2, \dots, u_n$ 等で表わす。このとき各質点の運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{u}_0 + c\dot{x}_0 + kx_0 &= -m\ddot{z} \\ m(\ddot{u}_1 + R_1(x_1) - R_0(x_0)) &= -m'\ddot{z} \\ m(\ddot{u}_2 + R_2(x_2) - R_1(x_1)) &= -m'\ddot{z} \\ &\vdots \\ m(\ddot{u}_n + R_n(x_n) - R_{n-1}(x_{n-1})) &= -m'\ddot{z} \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (1)}$$

ただし、 $x_r = u_r - u_{r-1}$ ($r=0, 1, 2, \dots, n$)、 $R_0(x_0) = c\dot{x}_0 + kx_0$ (線形)

なお式(1)のうち、第1式の構造物は線形とし、地盤の復元力 $R_1(x_1), \dots, R_{n-1}(x_{n-1})$ は図-2のようなバイリニア復元力 ($x_{r,y}$: 降伏変位) であるが、 $r \geq n+1$ より下方の質点については線形とすると、下降波 u_s ($r=s$) は次式を満足する。

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{u}_s + k_{s-1}(u_s - u_{s-1}) + k_s(u_s - u_{s+1}) &= 0 \\ \text{あるいは } \ddot{u}_s + p^2(2u_s - u_{s-1} - u_{s+1}) &= 0, \quad p^2 = k_r/m' = k'/m' \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (2)}$$

これを初期条件 $u_s(0) = \dot{u}_s(0) = 0$ のもとに解くと¹⁾

$$u_s(t) = 2(S - n - 1) \int_0^t J_{2(S-n-1)}(2p'\tau) u_n(t-\tau) \frac{d\tau}{\tau} \quad \text{----- (3)}$$

$J_\nu(x)$ は第1種 ν 次の Bessel 関数であり、式(3)は無限遠方への逸散波を表わしている。したがって、式(3)より $u_{n+1}(t)$ が $u_n(t)$ の関数として

定義されるので、線形復元力 $R_n(x_n) = R_n(u_n - u_{n+1}) = k'(u_n - u_{n+1})$ は u_n のみの関数となる。したがって式(1)は未知数 $u_0, \dots, u_n$ ($n+1$ 変) と方程式の数が一致するので解くことができる。なお地盤の復元力の線形部分は全てばね定数 k' を持つものとし、質点の質量は全て m' としている。また数値計算においては非線形復元力が1個の場合 ($n=1$) について、線形加速度法によった。

一方、この非線形が定常状態にあるとしたとき、非線形部分の等価線形化を行ない、2乗平均応答 $\sigma_{\ddot{u}_0}$ (あるいは RMS: σ_{u_0}) を以下のような手順で求める。すなわち、応答の位相の変化がゆるやかであって比較的狭帯域の振動を行っているものと仮定すると、図2のバイリニア復元力の等価減衰係数 $c_e(X, \omega)$ 、等価ばね定数

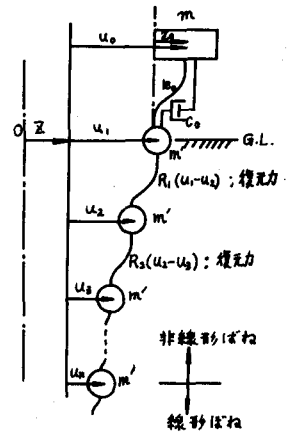


図-1 1次元水平せん断系

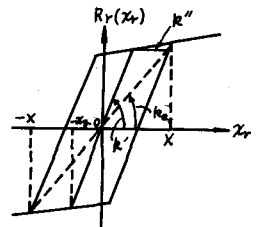


図-2 地盤の復元力

k_e は次のように与えられる²⁾

$$C_e(X, \omega) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \cdot 2m' p_e \frac{n \pi x (X - x_f)}{x \{ n' x + n x_f \} \omega p_e} & ; x_f < X \text{ および } \omega \\ 0 & ; 0 < X < x_f \end{cases} \quad k_e(x) = \begin{cases} k' (n' x + n x_f) & ; x_f < X \\ \frac{k'}{x} & ; 0 < x_f < X \end{cases} \quad (4)$$

さらに、この等価系を最小2乗法による確率的平均操作を行なうことにより、次の等価係数をうる³⁾

$$C_e(\omega) = \frac{E(\dot{x}g(x, \dot{x}))}{E(\ddot{x}^2)} = \int_{x_f}^{\infty} C_e(\omega, X) p(X) dX, \quad k'_e = \frac{E(xg(x, \dot{x}))}{E(\ddot{x}^2)} = \frac{1}{\sigma_x^2} \left(\int_0^{x_f} k' x^2 p(x) dx + \int_{x_f}^{\infty} k' (n' x^2 + n x_f x) p(x) dx \right) \quad (5)$$

しかるに狭帯域の過程では X は包絡分布と考えられるので、Rayleigh分布 $p(x) = \frac{X}{\sigma_x^2} \exp(-\frac{X^2}{2\sigma_x^2})$ を用いると、式(5)は積分が行われ、等価減衰係数 $C_e(\omega)$ および等価ばね係数 k'_e が得られる。かくして式(1)より

$$m \ddot{u}_0 + c \dot{x}_0 + k x_0 = -m \ddot{z} \quad (1')$$

$$m' \ddot{u}_1 + C_e(\omega) \dot{x}_1 + k'_e x - c \dot{x}_0 - k x_0 = -m' \ddot{z} \quad (\text{等価線形化}) \quad (1'')$$

$$m' \ddot{u}_2 + k' (x_2) - C_e(\omega) \dot{x}_1 - k'_e x_1 = -m' \ddot{z} \quad (1''')$$

ここで系の周波数応答関数を求めるため、 $\ddot{z} = Z_0 e^{i\omega t}$, $x_0 = X_0 e^{i\omega t}$, $u_1 = U_1 e^{i\omega t}$, $u_2 = U_2 e^{i\omega t}$ とおくと

$$U_3 = 2 \int_0^t \frac{J_2(2p'\tau)}{\tau} U_2(x-\tau) d\tau = 2 U_2 e^{i\omega t} \int_0^{\infty} \frac{J_2(2p'\tau)}{\tau} e^{-i\omega\tau} d\tau = U_2 e^{i\omega t} G(\omega)$$

$$\text{ただし } G(\omega) = \begin{cases} \exp[-2i \sin^2(\omega/2p')] & ; 0 < \omega < 2p' \\ -4p'^2 / [\omega + \sqrt{\omega^2 - 4p'^2}]^2 & ; 2p' < \omega < \infty \end{cases}$$

このようにして、構造物の周波数応答関数 $H_{u0}(\omega)$ は次式で与えられる。

$$H_{u0}(\omega) = \frac{p'^2 \{ i C_e^* + k'_e \} (-\omega^2 + p'^2 K(\omega)) + \omega^2 \{ -\omega^2 + 2i(1+d)hp\omega + p^2 \} \{ -\omega^2 + p'^2 (K(\omega) + i C_e^* + k'_e) \}}{\omega^2 \{ -\omega^2 + 2i(1+d)hp\omega + (1+d)p^2 \} \{ -\omega^2 + p'^2 (K(\omega) + i C_e^* + k'_e) \} - (-\omega^2 + 2ihp\omega + p^2) p'^2 \{ i C_e^* + k'_e \} (-\omega^2 + p'^2 K(\omega))} \quad (8)$$

$$\text{ただし, } K(\omega) = 1 - G(\omega), \quad n = 1 - n', \quad n' = k'/k' \quad (\text{弾塑性変位}), \quad d = m/m' \quad (9)$$

$$C_e^* = \frac{4}{\pi} \frac{n \pi x_f}{\sigma_x^2} \int_{x_f}^{\infty} \frac{(X - x_f)}{X} \exp(-\frac{X^2}{2\sigma_x^2}) dX, \quad k'_e = \frac{1}{\sigma_x^2} \int_0^{x_f} x^2 \exp(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}) dx + \frac{1}{\sigma_x^2} \int_{x_f}^{\infty} (n' x^2 + n x_f x) \exp(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}) dx \quad (10)$$

ところで、式(10)の周波数応答関数はパラメータ α (質量比) および離散化地盤固布の特性振動数 P' の値如何による変動の略図を図-3に示している。 $P' \gg 1$ は硬い地盤に相当し、したがって地盤の变形が小さく、従来の平均応答スペクトルの振動系に相当するが、 P' が大きくないときは低周波数の入力スペクトルの如何により大きな応答(RMS)を持つことがあることを示している。また $d = m/m' \ll 1$ の場合は、構造物が小規模の場合に相当し、したがって相互作用が小さく、構造物自身の特性が現われてくる。また当然のことながら、2乗平均応答は次式で与えられる。

$$\sigma_{u0}^2 = \int_0^{\infty} S_{u0}(f) df = \int_0^{\infty} S_{\ddot{z}}(f) |H_{u0}(f)|^2 df \quad (11)$$

図4は $\sigma_{u0} = \left[\int_0^{\infty} (2\pi f)^4 S_{\ddot{z}}(f) |H_{u0}(f)|^2 df \right]^{1/2}$ の図であるが、 $P' < 10$ (rad/sec) にとるとあまり現実的でない傾向になり、かつ $\alpha/P' < 1/3$ 程度にとると比較的安定した傾向がうかがえる。

その他の結果は講演時に発表する。参考文献: 1) A.H. MATEH; J. Solids. STRUCTURE, 1974, 10., 2) 小島昭夫: 耐震構造の確率的解析, 工学書局, 3) Y.K. LIN; Probabilistic Theory of Structural Dynamics, McGraw-Hill, 1967.

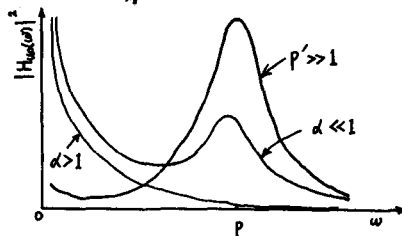


図-3 周波数応答関数 (略図)

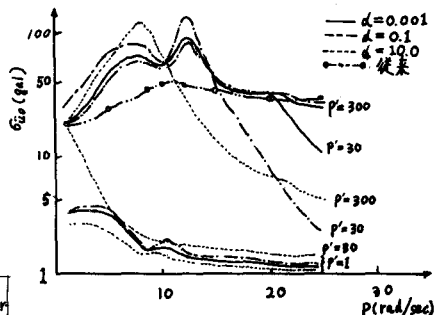


図-4 σ_{u0} と α , P' との関係