I —12　　路面の粗さによる橋梁系の不規則振動（第二報 シミレーション）

長崎大学工学部　正員　岡林隆敏
○学生員　神原 隆
学生員　達木英一郎

1．序論　前報では不規則振動解析のための仮定および，基礎理論について述べた。路面凹凸による車輌の振動により橋梁は振動するが，この橋梁の振動は，車輌の振動に影響を及ぼす。車輌の振動に橋梁の振動による影響を考慮しなければ，橋梁の運動方程式は定数係数になり，さらに車輌系は独立した式になる。この仮定によれば，応答の共分散は橋梁のインパルス応答関数を用いる従来の手法により求められる。しかし，橋梁の振動の車輌への影響は，見かけ上橋梁の固有振動数を時間の関数とすることになり，動的応答への影響は大きいと考えられるので，この効果を考慮することは重要である。本報では，従来の仮定のもとに解析した結果と厳密に非定常性を考慮した結果を比較し，前者に比して後者の応答が小さくなることを確認した。応答解析は変位応答ばかりでなく，速度応答についても行ったが，同様の傾向を示した。さらに，従来の解析と本報の解析の傾向を評価するために，路面凹凸を計算機で合成することにより，シミレーションを行った。

2．従来の解法との比較　前報で示したように，橋梁を1自由度系と仮定すると，橋梁－車輌－路面系は，次のような状態空間を考えることにより，次式で示される運動方程式で記述できる。

$$\mathbb{X}(t)=\{\xi_1,\ \xi_2,\ Z_1,\ Z_2,\ Z_3\}^T \qquad (1) \qquad\qquad \dot{\mathbb{X}}(t)=\mathbb{A}(t)\mathbb{X}(t)+\mathbb{D}(t)\mathbb{N}(t) \qquad (2)$$

$$\mathbb{A}(t)=\left[\begin{array}{cc:ccc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25}\\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a \end{array}\right]\quad \mathbb{D}(t)=\left[\begin{array}{cc:ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -a_{24} & 0 & 0 & 0 & 0\\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -a_{44} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]\quad \mathbb{N}(t)=\left[\begin{array}{c} n(t)\\ 0\\ \hdashline 0\\ 0\\ 0 \end{array}\right] \qquad (3)$$

ここに，$a_{21}=-(\omega_1^2-\omega_0\alpha\phi_1(vt)^2)$，$a_{22}=-(2h_1\omega_1-2h_0\omega_0\alpha\phi_1(vt)^2)$，$a_{23}=-\omega_0^2\alpha\phi_1(vt)$，$a_{24}=-2h_0\omega_0\alpha\phi_1(vt)$，$a_{25}=-\alpha\phi_1(vt)(2h_0\omega_0 a-\omega_0^2)$
$a_{41}=\omega_0^2\phi_1(vt)$，$a_{42}=2h_0\omega_0\phi_1(vt)$，$a_{43}=-\omega_0^2$，$a_{44}=-2h_0\omega_0$，$a_{45}=-(2h_0\omega_0 a-\omega_0^2)$，$\omega_1$，$h_1$；橋梁の固有円振動数および減衰定数，$\omega_0$，$h_0$；車輌の固有振動および減衰定数，$\phi_1(x)$；1次の基準関数，$\alpha$；車輌と橋梁の質量比を表す係数，$a$；路面凹凸パワースペクトラムの係数である。従来の不規則振動論による解析では，橋梁のインパルス応答関数を求めて，応答の分散の計算を行っていたが，系の方程式を厳密に評価すると，(1)(2)(3)式で示すように系のインパルス応答関数が時間とともに異った関数となるので，外力とのたたみ込み積分の形で応答は評価できない。上式と対応させると，従来の解析は係数行列$\mathbb{A}(t)$の要素を次式のように考えた場合に一致する。

$$a_{21}=-\omega_1^2,\ a_{22}=-h_1\omega_1,\ a_{23}=-\omega_0^2\alpha\phi_1(vt),\ a_{24}=-2h_0\omega_0\alpha\phi_1(vt),\ a_{25}=-\alpha\phi_1(vt)(2h_0\omega_0 a-\omega_0^2),\ a_{41}=0,\ a_{42}=0$$
$$a_{43}=-\omega_0^2,\ a_{44}=-2h_0\omega_0,\ a_{45}=-(2h_0\omega_0\alpha-\omega_0^2) \qquad (4)$$

この2例を比較することにより，両解法の差が明らかになる。なお，以後前者を連成の場合，後者を非連成の場合と称することにする。

(3)．路面凹凸の合成波形　上述の解法の妥当性はシミレーションにより検証される。路面凹凸のパワースペクトラム密度は次式で示され，路面凹凸のパラメーターaは1.0×10^{-3} (cm²/m/c) を用いる。考慮した凹凸は1 (m/c) 以上20 (m/c) 以下を用いるものとする。

$$S_R(\omega)=(2\pi)^3 v a/\omega^2 \qquad (5)$$

路面凹凸およびその時間変化は次式で表される。

$$n(t)=\sum_{k=1}^{M}a_k\sin(\omega_k t+\phi_k) \qquad \dot{n}(t)=\sum_{k=1}^{M}a_k\omega_k\cos(\omega_k t+\phi_k) \qquad (6)$$

ここに，a_kは(5)式より得られる正規乱数，ϕ_kは0～2πで一様分布する一様乱数である。波形合成は周波数範囲を150分割して行い，シミレーションは50本の応答について平均した。

4．初期条件　車輌は路面の凹凸により不規則振動を行うが，一定の距離進むと定常状態に達すると考えられるので，橋梁に進入する際の初期条件は，この値を用いる。前報で示したように，車輌と路面系は次式で表される。　$\mathbb{Z}(t) = \mathbb{B}\,\mathbb{Z}(t) + \mathbb{F}(t)$　　(7)　　ここに，$\mathbb{Z}(t)$ は $\mathbb{X}(t)$ の Z 成分，$\mathbb{B}$ は $\mathbb{A}(t)$ の右下の要素，$\mathbb{F}(t)$ は(3)式の $\mathbb{D}(t)$，$\mathbb{N}(t)$ より求められる外力ベクトルである。(7)式に対応する共分散方程式は次式になる。

$$\dot{\mathbb{R}}_{\mathbb{Z}}(t) = \mathbb{B}\,\mathbb{R}_{\mathbb{Z}}(t) + \mathbb{R}_{\mathbb{Z}}(t)\,\mathbb{B}^{T} + \mathbb{R}_{\mathbb{F}}(t) \qquad (8)$$

ここに，$\mathbb{R}_{\mathbb{Z}}(t)$，$\mathbb{R}_{\mathbb{F}}(t)$ は $\mathbb{Z}(t)$ および $\mathbb{F}(t)$ の共分散である。定常状態では $\mathbb{R}_{\mathbb{Z}}(t)$ の時間微分は0となり，(8)式より得られる代数方程式より，$\mathbb{R}_{\mathbb{Z}}(t)$ の定常値が求められる。この値は，連成の場合および非連成の場合も用いる。

次にシミレーションの初期条件について述べる。静止点から発進した車輌は定常状態に達した後橋梁に進入するので，車輌の初期条件は，ある分散を有し相互に独立な変位および速度を表す不規則変数になる。橋梁応答のシミレーションに用いるこれらの値は，車輌が発進して定常状態になったシミレーションの値を用いるべきであるが，ここでは，解析的に求めた車輌の定常値とこの条件でのシミレーションを比較することにより，解析解を用いた。さらに，変位，速度は独立な正規分布であると仮定した。

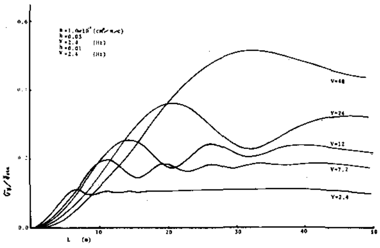

図1

5．数値計算

数値計算では，非連成と連成の比較を行った。計算結果は全て橋梁の中央点について行い，変位応答については，動的応答の標準偏差の $\sigma_y(\ell/2,t)$ を静たわみ $y_{sta.}$ で規準化した値で示した。さらに速度応答については，動的応答の標準偏差 $\sigma_{\dot{y}}(\ell/2,t)$ で示した。図1は，連成の場合スパン50(m)について，車輌の走行速度を変化させた変位応答である。変位の最大値は速度の増加に伴って増大している，速度が遅い場合は，橋梁上に車輌がある時，すでに定常になっている。さらに最大値は最初のピークで生ずることもわかる。図2は，スパン50(m)の場合について，車輌が橋梁の中央に来た時の変位応答を車輌速度を変化させて，連成，非連成について図示したものである。連成の場合は，速度の増加に伴って単調増加するが，非連成の場合は，V=5(m/s)付近でピークを持つ曲線になる。さらに速度が遅い場合，両者の差は著しいが，速度が速くなるにつれて，両者は接近する傾向にある。図3，図4は，スパン50(m)，車輌速度 V=10(m/s)の場合の変位応答と速度応答を図示したものである。両図において，荷重位置が始点の近くにある時は，連成と非連成は同じ値をとるが，両者の最大点は約2倍の差を生じる。さらに，定常状態の値を示したが，両図とも，非定常の場合と定常の差は，連成と非連成の差より小さくなっている。連成と非連成の差は，系の非定常性を考慮するか否かによって生ずるが，中でも橋梁の固有振動数に相当する項が，基準関数の関数になり，固有振動数が見かけ上変化するためであると考えられる。なお，シミレーションの結果については，講演当日発表する。

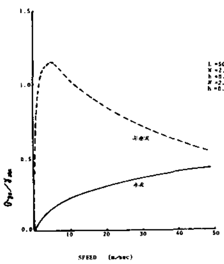

図2

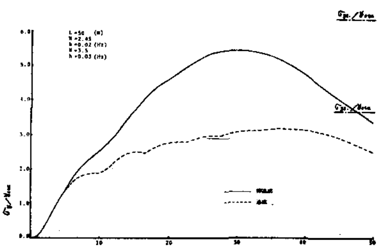

図3

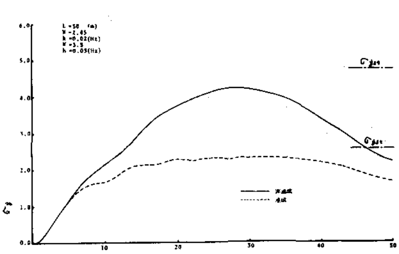

図4