

九州大学工学部 正員 山内豊聡

〃 〃 〇後藤忠之輔

1. まえがき わが国では、自然含水比が高いことや細粒土が多いことなどにより設計CBRが2未満になる軟弱地盤が比較的多く、これも路床として舗装設計を行うことの不可避な場合が少なくない。アスファルト舗装中綱では、かかる場合の舗装構造の1つとしてサンドイッチ工法の採用を勧めているが、この工法は誕生以来まだ日が浅く実績も少ないことから、設計法が確立されていないのが現状である。本論では、別府・阿蘇道路で実際に採用されている従来の工法による断面に対応してサンドイッチ工法による断面構成を想定し、三次元弾性理論により両工法による舗装構造内の応力と変形を求め、サンドイッチ式舗装構造の優位性を弾性論的見地から検討せんとするものである。

2. 計算の方法

(1) 基本式 図-1に示すように表面に鉛直方向の円形等分布荷重を受け、 n 層弾性体を考へ、円筒座標 (r, θ, z) を図のようにとれば、 θ 層における基本微分方程式は次のようになる。 $\nabla^2 \phi = 0$ ---- (1) ここに、 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, ϕ : 応力関数。

応力と変位は、応力関数と次の関係にある。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (2-\nu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right\}, \quad \sigma_r = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \nu \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right\} \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \nu \nabla^2 \phi - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right\}, \quad \tau_{rz} = \frac{\partial}{\partial r} \left\{ (1-\nu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right\} \\ u &= -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial z}, \quad w = \frac{1}{2\mu} \left\{ 2(1-\nu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right\} \end{aligned} \right\} \text{----- (2)}$$

ここに、 $\sigma_z, \sigma_r, \sigma_\theta$: 直応力, τ_{rz} : せん断応力, u, w : それぞれ r および z 方向の変位, ν : ポアソン比, $\mu = E/2(1+\nu)$, E : 弾性係数。

応力関数 ϕ は、式(1)も満足すべく次式のように仮定される。

$$\phi = J_0(mr) \{ (A+Bz)e^{mz} + (C+Dz)e^{-mz} \} \text{----- (3)}$$

ここに、 $J_0(mr)$: オ-種 Bessel 関数, A, B, C および D : 積分定数。

しからとき、応力および変位の一般式は、次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= m^2 J_0(mr) \{ (1-2\nu)(Be^{mz} + De^{-mz}) - m \{ (A+Bz)e^{mz} - (C+Dz)e^{-mz} \} \} \\ \sigma_r &= m^2 J_0(mr) \{ (1+2\nu)(Be^{mz} + De^{-mz}) + m \{ (A+Bz)e^{mz} - (C+Dz)e^{-mz} \} \} \\ &\quad - \frac{m}{r} J_1(mr) \{ Be^{mz} + De^{-mz} + m \{ (A+Bz)e^{mz} - (C+Dz)e^{-mz} \} \} \\ \sigma_\theta &= 2\nu m^2 J_0(mr) \{ Be^{mz} + De^{-mz} \} + \frac{m}{r} J_1(mr) \{ Be^{mz} + De^{-mz} + m \{ (A+Bz)e^{mz} - (C+Dz)e^{-mz} \} \} \\ \tau_{rz} &= m^2 J_1(mr) \{ 2\nu(Be^{mz} - De^{-mz}) + m \{ (A+Bz)e^{mz} + (C+Dz)e^{-mz} \} \} \\ u &= \frac{1}{2\mu} m J_1(mr) \{ Be^{mz} + De^{-mz} + m \{ (A+Bz)e^{mz} - (C+Dz)e^{-mz} \} \} \\ w &= \frac{1}{2\mu} m J_0(mr) \{ 2(1-2\nu)(Be^{mz} - De^{-mz}) - m \{ (A+Bz)e^{mz} + (C+Dz)e^{-mz} \} \} \end{aligned} \right\} \text{---- (4)}$$

(2) 境界条件 各層の境界面 $(z=z_i)$ を完全に粗とすれば、次の連続条件式が成立する $(i=1, 2, \dots, n-1)$ 。

$$\sigma_z^i = \sigma_z^{i+1}, \quad \tau_{rz}^i = \tau_{rz}^{i+1}, \quad u^i = u^{i+1}, \quad w^i = w^{i+1} \text{----- (5)}$$

また、表面 $(z=0)$ の境界条件として、次式を考へる。

$$\sigma_z^1 = -m J_0(mr), \quad \tau_{rz}^1 = 0 \text{----- (6)}$$

(3) 積分定数の決定 最下層においては $z=\infty$ で変形なしであるから、 $A_n = B_n = 0$ である。したがって、式(4)を式(5)、(6)の境界条件式に代入すれば、 $(4n-2)$ 元連立方程式が得られ、これを解くことによりすべての積分定数が決定されることとなる。

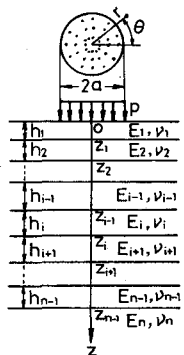


図-1

(4) 応力および変位の決定 表面の境界条件式(6)において、オ1式は成立するが、オ1式は真の境界条件を表わしていないので、(3)で決定された積分定数を式(4)に代入して得られる応力変位も真の値に換算しておく必要がある。

円形領域内に作用する等分布荷重は、Fourier-Bessel 展開を用いることにより、次のように表現される。

$$\sigma_z^1 = -pa \int_0^\infty J_1(ma) J_0(mr) dm \text{ ----- (7)}$$

したがって、式(7)も(6)のオ1式と比較し、式(6)の境界条件のもとに得られる応力と変位も添字*で表わせば、真の応力および変位は次式から決定されることとなる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= -pa \int_0^\infty \sigma_z^* \frac{J_1(ma)}{m} dm, \quad \sigma_r = -pa \int_0^\infty \sigma_r^* \frac{J_1(ma)}{m} dm, \quad \sigma_\theta = -pa \int_0^\infty \sigma_\theta^* \frac{J_1(ma)}{m} dm, \\ \tau_{rz} &= -pa \int_0^\infty \tau_{rz}^* \frac{J_1(ma)}{m} dm, \quad u = -pa \int_0^\infty u^* \frac{J_1(ma)}{m} dm, \quad w = -pa \int_0^\infty w^* \frac{J_1(ma)}{m} dm \end{aligned} \right\} \text{ ---- (8)}$$

3. 計算結果および考察 図-2(a)に示す現場で実際に採用されている漸増式断面に対応して、サンドイッチ工法による断面構成も図-2(b)のように想定した²⁾。各層の弾性係数は図示のとおりであり、ポアソン比はアスコンに対して0.2、ソイルセメント、砕石およびシラスに対して0.3、黒ボク土に対して0.5である。荷重強度 $p=6.0 \text{ kg/cm}^2$ 、荷重半径 $a=15 \text{ cm}$ として計算した結果のうち、荷重中心における沈下量、垂直応力および半径方向応力を図-2(c)~(e)に示す。垂直応力は漸増式の方がいく分小さいがほとんど同じ値であり、路床上では 0.07 kg/cm^2 である。これに対して、沈下量はサンドイッチ式の方が漸増式より小さい値を示し、いずれの断面においても沈下量の大部分は路床のそれであることが認められる。また、亀裂発生に重要な影響を及ぼす半径方向応力は、アスコン下縁においていずれの断面でも圧縮側であるが、上層路盤のソイルセメント下縁においては引張り側となり漸増式の方が大きな値である。

舗装表面における沈下量は、図-3のように求められる。荷重中心から約3.0mまでは漸増式の方が大きな沈下を与えるが、これを過ぎると逆にサンドイッチ式の方が沈下が大きくなる。換言すれば、沈下の影響範囲はサンドイッチ式の方が遠方にまで及ぶことになるが、その値は小さく問題とならない大きさである。

以上により、鉛直荷重のもとにおいては、サンドイッチ式工法が沈下量および半径方向応力について漸増式より優位なることが認められる。

4. もすび 最近拘束層としてソイルセメントの代りにコンクリート版を用いた設計例³⁾

が見受けられるようになった。しかし、コンクリート版では目地を必要とし乾燥収縮による亀裂の発生を避けることができないので、自ら水硬して高い強度あるいは弾性係数を得ることの可能なソイルセメントを用いる方が賢明である。

参考文献 1) 4内、オ1回日本道路学会論文集(1963), 306/307.

2) Yamanouchi, T., Proc. 2nd Int. Conf. Ser. Design Asphalt Pavements (1967), 381/389. 3) 高速道路調査会, 舗装, 10-10(1975.10), 29/40.

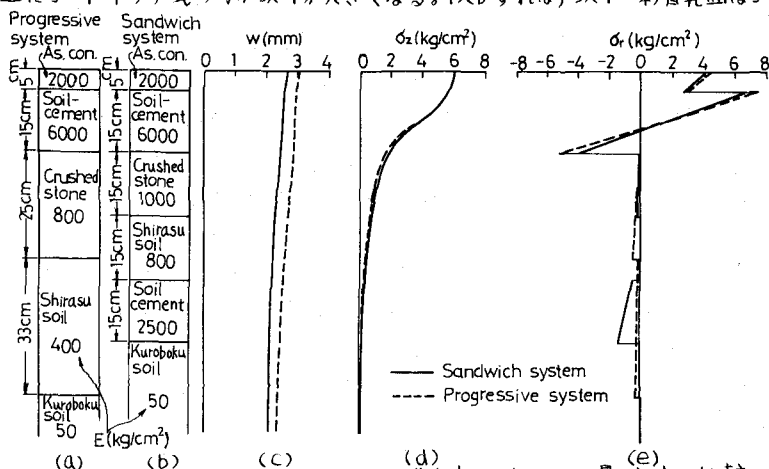


図-2 荷重中心における沈下量と応力の比較

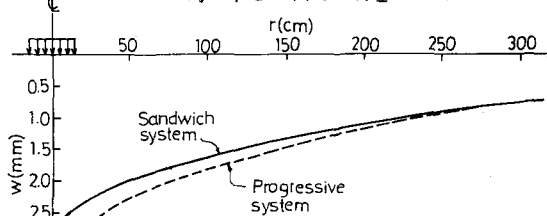


図-3 表面沈下量の比較