

九州大学工学部 正員 粟谷陽一
九州工業大学 正員 ○藤崎一裕

I. まえがき

傾斜板沈殿池内の密度流については、現在まで十分に調べられておらず、実測値にもとづく考察から沈降除去に及ぼす密度流の影響が調べられている段階である。筆者らは、池内の密度流を解明する目的で、これまで粒子懸濁による傾斜平板間の密度流について基礎的な検討を行ってきた¹⁾。本報はこれらの手法をより実際的な場合へ応用する目的で、傾斜板に沿う密度偏流について準3次元的な取扱いを試みたものである。つまり、傾斜板内の流れに対して、粘性の影響が支配的な場合を対象にして、懸濁液の流入と粒子の沈降とにより生じる板内の密度偏流について、その流速分布および固液界面の形などに関して数値計算により検討を行なった。

II. 基礎式

図1、図2のように座標軸をとり、懸濁液はy軸に平行に流入するものとする。

x, y軸方向の流速に比べてz軸方向の流速を小さいとして、粘性支配の場合の定常状態の流体の運動方程式が以下の式で表わされるものとする

$$0 = (\rho_s - \rho_f)(1 - \varepsilon)g \cdot \sin \theta - \frac{\partial p'}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1)$$

$$0 = -\frac{\partial p'}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (2)$$

$$0 = (\rho_s - \rho_f)(1 - \varepsilon)g \cdot \cos \theta - \frac{\partial p'}{\partial z} \quad (3)$$

流体および固体の保存の式は

$$0 = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^d u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^d v dz \quad (4)$$

$$0 = -\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_0^h u dz + \bar{u}_c \cdot \sin \theta \right\} - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \int_0^h v dz - \bar{u}_c \cos \theta \right\} \quad (5)$$

と表わされる。(5)式は界面下の粒子の保存を表す。上式中の p' は流体中の清澄液部における圧力から静水圧を差し引いた圧力を示し、 ε ：空隙率、 $\bar{u}_c$ ：粒子の沈降速度、 ρ_s および ρ_f はそれぞれ粒子および流体の密度である。

これらの式を無次元化した後、(3)式を(1)、(2)式に代入すると流速分布を表わす次式がえられる。

$$\bar{u}_1 = \bar{p}_x \bar{z}^2 / 2 - (\bar{p}_x + \bar{c}_x \bar{h}^2) \bar{z} / 2, \quad \bar{u}_2 = (\bar{p}_x + \bar{c}_x)(1 - \bar{z}^2) / 2 - \{ \bar{p}_x + \bar{c}_x \bar{h} (2 - \bar{h}) \} (1 - \bar{z}) / 2 \quad (6)$$

$$\bar{v}_1 = \bar{p}_y \bar{z}^2 / 2 - (\bar{p}_y + \bar{c}_y \bar{h}^2) \bar{z} / 2, \quad \bar{v}_2 = (\bar{p}_y + \bar{c}_y)(1 - \bar{z}^2) / 2 - \{ \bar{p}_y + \bar{c}_y \bar{h} (2 - \bar{h}) \} (1 - \bar{z}) / 2 \quad (7)$$

添字の1, 2はそれぞれ界面上, 界面下を表わす。(6), (7)式より平均流速を求めると

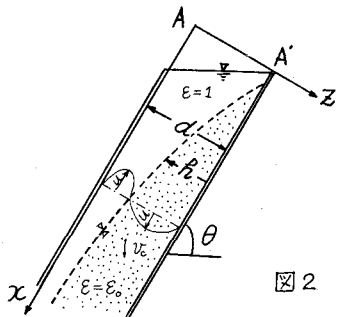
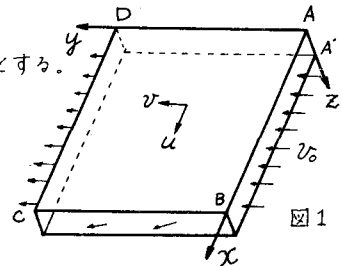
$$\bar{u}_m = - \{ \bar{p}_x + \bar{c}_x \bar{h}^2 (3 - 2\bar{h}) \} / 12, \quad \bar{v}_m = - \{ \bar{p}_y + \bar{c}_y \bar{h}^2 (3 - 2\bar{h}) \} / 12 \quad (8)$$

これを用いると、(4)式は

$$0 = \frac{\partial \bar{u}_m}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_m}{\partial y} \quad (9)$$

となる。また(5)式から

$$0 = \frac{1}{\bar{u}_c \cot \theta} \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_0^{\bar{h}} \bar{u} d\bar{z} + \bar{u}_c \bar{h} \right\} - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \int_0^{\bar{h}} \bar{v} d\bar{z} \right\} \right] - 1 \quad (10)$$



ただし

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}_{cx} &= v_c \sin \theta / u_r, \quad \bar{x} = x/d, \quad \bar{y} = y/d, \quad \bar{z} = z/d, \quad \bar{h} = h/d, \quad \bar{v}_o = v_o / u_r \\ \bar{p}_x &= \partial \bar{p} / \partial \bar{x} \cdot 1 / (\rho_f g_o), \quad \bar{p}_y = \partial \bar{p} / \partial \bar{y} \cdot 1 / (\rho_f g_o), \quad \bar{c}_x = \partial \bar{h} / \partial \bar{x} \cot \theta - 1, \quad \bar{c}_y = \partial \bar{h} / \partial \bar{y} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$g_o = (\rho_s - \rho_f)(1 - \varepsilon) g \sin \theta, \quad u_r = g_o / (\nu / d^2) \quad (12)$$

である。(6), (7), (9), (10)式がこの場合の基本式で, $\bar{v}_{cx} / \bar{v}_o = \bar{v}_{co}$ とおくと, 現象は $\bar{v}_{cx}$, $\bar{v}_{co}$, $\cot \theta$ の3つのパラメータによって支配されることになる。

AB部から流速 v_o で初濃度 $1 - \varepsilon_o$ の懸濁液が一樣流入するものとする。また, 図1において $d \ll AB$, $d \ll AD$ の場合を想定して, BC部で $\partial / \partial \bar{x} = 0$, AD部で $\bar{u}_{xz} = 0$, AD, CD部で $\bar{p} = 0$ の条件で解を求めた。

III 計算例

数値計算では, (9)式の $\bar{p}$ については加速緩和法を, (10)式の $\bar{h}$ についてはくり返し代入法を用いた。

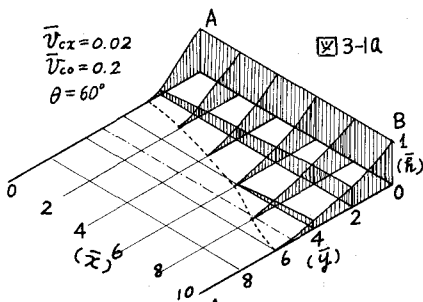


図3-1a

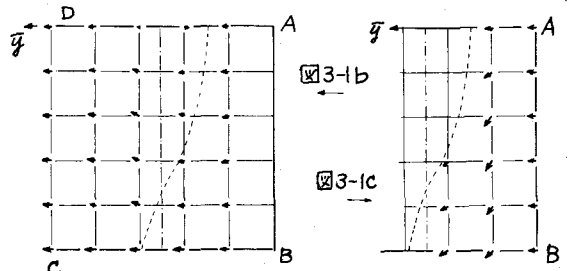


図3-1b

図3-1c

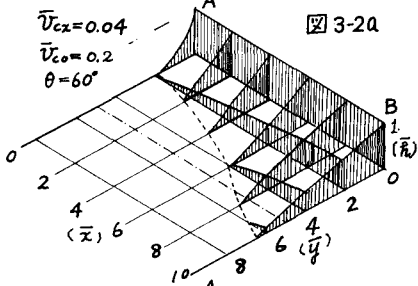


図3-2a

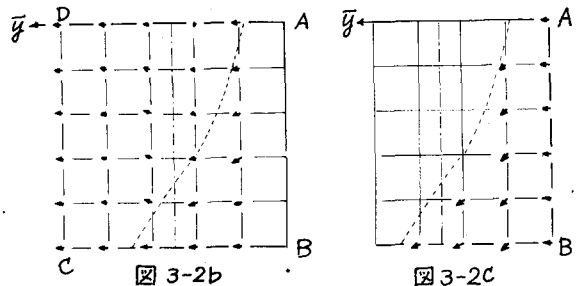


図3-2b

図3-2c

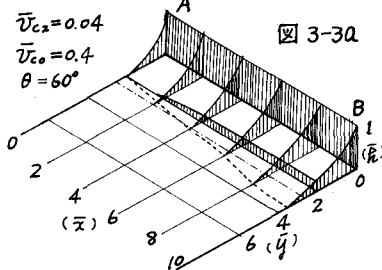


図3-3a

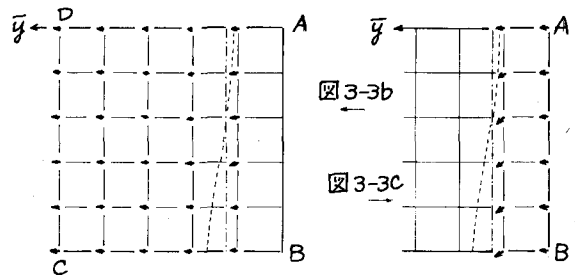


図3-3b

図3-3c

上記の図中で a は固液界面の高さ, b および c はそれぞれ界面上および界面下の平均流速を示す。また, 図中の破線は界面の先端の位置を, 一点鎖線は密度流が存在しないときのそれを示す。これらの図によると, $\bar{v}_{co}$ が等しいと現象は類似しており, $\bar{v}_{co}$ が大きいと密度流の影響が小さい。本報では, 慣性力の影響を無視しておりかつ, 境界の条件を単純化しているため, 必ずしもすべての現場の状況を説明しえないが, 上記の図からも, 傾斜板に沿う密度偏流の概略を知ることができる。

参考文献 1) 栗谷, 藤崎: 傾斜板沈殿池内の密度流について, 30回年次講演会要集, (1975) P.440