

九州大学 工学部 正会員

井島武士

" " 学生会員

周 宗仁

" " "

○萬 運

1. はしがき

本論文は任意の断面形を持つ複数個の柱状体が、水深一定の海域において海底に全没水の状態に鉛直に固定されているとき、一定周波数の正弦波が入射することにより生ずる波の散乱をGreen関数を用いて解析し、その計算結果並びに実験結果を示したものである。計算及び実験には楕円形の柱状体が2個配置された場合を例にとり、その波高分布を求めた。

2. 解析

水深一定 h の海域に任意断面の複数個(P 個)の柱状体がFig.1(a)に示すように、水底に固定され、上面は水平で静水面から $g_m h$ ($1 > g_m \geq 0, m=1, 2, \dots, P$)の深さにあり、角周波数 $\sigma (=2\pi/T, T$:周期)の正弦波が入射するとする。Fig.1(b)のように静水面に座標原点 O 、水平面内に X, Y 軸、鉛直上向きに Z 軸をとる。各々の柱状体は閉領域 $D_1, D_2, \dots, D_P$ で示されている。

流体域を外域と柱状体上方の内域(I), (II), ..., (P)に分け、流体運動を非圧縮性完全流体の微小振幅波運動と仮定すると、いずれの運動も $\Phi(x, y, z)e^{-i\sigma t}$ の形の速度ポテンシャルを持ち、次のLaplaceの方程式を満足する。

$$\Delta \Phi = 0 \quad (2.1)$$

外域で自由表面条件と水底条件(不透過)を満足する式(2.1)の一般解を $\Phi_{out}(x, y, z)$ 、各内域でそれぞれの境界条件を満足する式(2.1)の一般解を $\Phi_m(x, y, z)$ とすると、次のように表わされる。

$$\Phi_{out}(x, y, z) = \frac{g_0 \zeta_0}{\sigma} \left\{ f_0(x, y) + f_1(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_n^{(n)}(x, y) \frac{\cosh k_n(z+h)}{\cosh k_n h} \right\} \quad (2.2)$$

$$\Phi_m(x, y, z) = \frac{g_0 \zeta_0}{\sigma} \left\{ g_m^{(n)}(x, y) \frac{\cosh k_m(z+g_m h)}{\cosh k_m g_m h} + \sum_{s=1}^{\infty} g_{sm}^{(s)}(x, y) \frac{\cosh k_{sm}(z+g_m h)}{\cosh k_{sm} g_m h} \right\} \quad (2.3)$$

ここで g :重力の加速度, ζ_0 :入射波の振幅, 又 k, k_n 及び k_m, k_{sm} は次式で決まる固有値である。

$$kh \tanh kh = -k_n h \tanh k_n h = \sigma^2 h / g, \quad k_m g_m h \tanh k_m g_m h = -k_{sm} g_m h \tanh k_{sm} g_m h = \sigma^2 g_m h / g \quad (2.4)$$

また入射波の速度ポテンシャルとして $f_0(x, y)$ は次式で表わされる。

$$f_0(x, y) = -i e^{-ik(x \cos \omega + y \sin \omega)} \quad (2\pi \geq \omega \geq 0) \quad (2.5)$$

$f_1(x, y)$, $f_n^{(n)}(x, y)$ 及び $g_m^{(n)}(x, y)$, $g_{sm}^{(s)}(x, y)$ は式(2.1)より、それぞれ次の方程式を満足すべき未知関数である。

$$\frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_1}{\partial y^2} + k^2 f_1 = 0, \quad \frac{\partial^2 f_n^{(n)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_n^{(n)}}{\partial y^2} - k_n^2 f_n^{(n)} = 0, \quad \frac{\partial^2 g_m^{(n)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g_m^{(n)}}{\partial y^2} + k_m^2 g_m^{(n)} = 0, \quad \frac{\partial^2 g_{sm}^{(s)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g_{sm}^{(s)}}{\partial y^2} - k_{sm}^2 g_{sm}^{(s)} = 0 \quad (2.6)$$

$f_1(x, y)$, $f_n^{(n)}(x, y)$, $g_m^{(n)}(x, y)$, $g_{sm}^{(s)}(x, y)$ をGreen関数を用いて表示すると次のようになる。

$$f_1(x, y) = -\varepsilon \int_D \left\{ f_1(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kr) \right) - \left(-\frac{i}{2} k H_0^{(1)}(kr) \right) f_1(\xi, \eta) \right\} dS, \quad f_2^{(n)}(x, y) = -\varepsilon \int_{D_2} \left\{ f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{\pi} K_0(k_n r) \right) - \left(\frac{k}{\pi} K_0(k_n r) \right) f_2^{(n)}(\xi, \eta) \right\} dS \quad \left\{ \right.$$

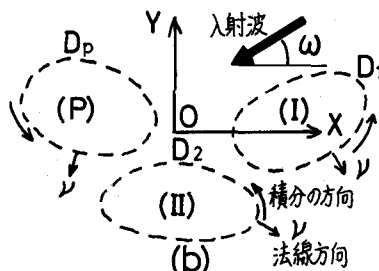
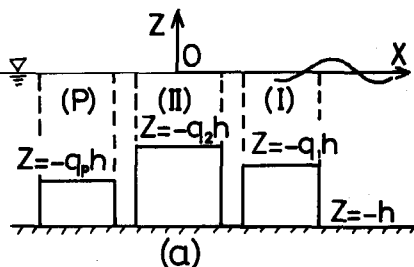


Fig.1

$$g_m(x, y) = \varepsilon \int_{D_m} (g_m(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} (-\frac{i}{2} H_0^{(0)}(k_m r)) - (\frac{i}{2} k_m' H_0^{(0)}(k_m r)) \bar{g}_m(\xi, \eta)) dS, \quad g_m^{(0)}(x, y) = \varepsilon \int_{D_m} (g_m^{(0)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} (-\frac{i}{\pi} K_0(k_m r)) - (\frac{i}{\pi} k_m' K_0(k_m r)) \bar{g}_m^{(0)}(\xi, \eta)) dS \quad (2.7)$$

ここで、 (ξ, η) : 境界線上の点、 $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$, $D = \sum_{m=1}^p D_m$, ν : D_m に於ける外向き法線、 ε は点 (x, y) が積分領域の内にあれば $\varepsilon = 1/2$ 、その他では $\varepsilon = 1$ 、 $H_0^{(0)}$, K_0 , $f_1, \dots$ 等は前論文⁽¹⁾と同じである。

各境界面 D_m を N_m 個の点により短かい線分 ΔS に分け式(2.7)を $\varepsilon = 1$ の場合について差分化する。

$$\left. \begin{aligned} f_1(\xi_i, \eta_i) &= \sum_{j=1}^{N_i} [A_{ij} f_1(\xi_j, \eta_j) - A_{ij} \bar{f}_1(\xi_j, \eta_j)], \quad f_2^{(0)}(\xi_i, \eta_i) = -\sum_{j=1}^{N_i} [\bar{B}_{ij} f_2^{(0)}(\xi_j, \eta_j) - B_{ij} \bar{f}_2^{(0)}(\xi_j, \eta_j)] \quad (i=1, 2, \dots, N_i) \\ g_m(\xi_i, \eta_i) &= \sum_{j=1}^{N_m} [(C_{ij} g_m(\xi_j, \eta_j) - (C_{ij})_m \bar{g}_m(\xi_j, \eta_j)], \quad g_m^{(0)}(\xi_i, \eta_i) = \sum_{j=1}^{N_m} [(E_{ij} g_m^{(0)}(\xi_j, \eta_j) - (E_{ij})_m \bar{g}_m^{(0)}(\xi_j, \eta_j)] \quad (i=1, 2, \dots, N_m) \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

ここで、 $A_{ij}, \bar{A}_{ij}, \dots$ 等は前論文⁽¹⁾の式(2.27), (2.28)と類似のものである。更に式(2.8)より $f_1, f_2, g_m, g_m^{(0)}$ をそれぞれ $f_1^{(n)}, g_m, g_m^{(0)}$ の一次式として表わし、各領域毎にmatrix化すると次のようになる。

$$\{F_1\}_m = \sum_{j=1}^p \{H_{mj}\} \{F_j\}_j, \quad \{F_2^{(0)}\}_m = \sum_{j=1}^p \{K_{mj}^{(0)}\} \{F_2^{(0)}\}_j, \quad \{\bar{G}_1\}_m = \{L\}_m \{G_1\}_m, \quad \{\bar{G}_2^{(0)}\}_m = \{L^{(0)}\}_m \{G_2^{(0)}\}_m \quad (2.9)$$

ここで、 $\{F_1\}, \{F_2^{(0)}\}, \{G_1\}_m, \{G_2^{(0)}\}_m$ はそれぞれ $f_1(\xi_i, \eta_i), f_2^{(0)}(\xi_i, \eta_i), g_m(\xi_i, \eta_i), g_m^{(0)}(\xi_i, \eta_i)$ と、 $\{F_1\}, \{F_2^{(0)}\}, \{\bar{G}_1\}_m, \{\bar{G}_2^{(0)}\}_m$ はそれぞれ $\bar{f}_1(\xi_i, \eta_i), \bar{f}_2^{(0)}(\xi_i, \eta_i), \bar{g}_m(\xi_i, \eta_i), \bar{g}_m^{(0)}(\xi_i, \eta_i)$ と、 $\{H_j\}, \{K_j^{(0)}\}, \{L\}, \{L^{(0)}\}$ はそれぞれ $H_{ij}^{(n)}, M_{ij}^{(n)}, (N_{ij}^{(0)})_m, (N_{ij}^{(0)})_m$ (前論文⁽¹⁾の式(2.29), (2.30)参照)をmatrix化したもので、下付き文字はその領域を表わす。

各境界面 D_m 上の任意点においては、外域と内域の流体運動によるmass fluxとenergy fluxは連続でなければならぬから、次の関係式が得られる。

$$\left\{ \begin{aligned} \{F_0\}_m + \{F_1\}_m \frac{\cosh k(z+g_m h)}{\cosh k h} + \sum_{n=1}^{\infty} \{F_2^{(n)}\}_m \frac{\cosh k_n(z+g_m h)}{\cosh k_n h} &= \left\{ \begin{aligned} \frac{k_m'}{k} \{G_1\}_m \frac{\cosh k_m(z+g_m h)}{\cosh k_m g_m h} + \sum_{s=1}^{\infty} \{G_2^{(s)}\}_m \frac{\cosh k_m(z+g_m h)}{\cosh k_s g_m h} \right\} : 0 \leq z \leq -g_m h \\ 0 \end{aligned} \right. \quad (2.10) \\ &\quad -g_m h \leq z \leq -h \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \{F_0\}_m + \{F_1\}_m \frac{\cosh k(z+g_m h)}{\cosh k h} + \sum_{n=1}^{\infty} \{F_2^{(n)}\}_m \frac{\cosh k_n(z+g_m h)}{\cosh k_n h} &= \{G_1\}_m \frac{\cosh k_m(z+g_m h)}{\cosh k_m g_m h} + \sum_{s=1}^{\infty} \{G_2^{(s)}\}_m \frac{\cosh k_m(z+g_m h)}{\cosh k_s g_m h} : 0 \leq z \leq -g_m h \end{aligned} \right. \quad (2.11)$$

ここで $\{F_0\}, \{F_0\}$ はそれぞれ $f_1(\xi_i, \eta_i), f_2(\xi_i, \eta_i)$ をmatrix化したものである。

式(2.10)には $\cosh k(z+g_m h)$ または $\cosh k_n(z+g_m h)$ を、式(2.11)には $\cosh k_m(z+g_m h)$ 又は $\cosh k_s(z+g_m h)$ をかけて z について積分すると、これらの関数の直交性より次式が得られる。

$$\left\{ \begin{aligned} \{F_1\}_m &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_m^{(0)}}{N_m \sinh \lambda_m} \frac{\lambda_{0m}}{g_m \lambda_0} \left\{ \frac{1}{(\lambda_{0m}/g_m \lambda_0)^2 - 1} \frac{\{G_1\}_m}{\cosh \lambda_{0m}} - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_{0m}/g_m \lambda_s)^2 + 1} \frac{\{G_2^{(s)}\}_m}{\cosh \lambda_{sm}} \right\} - \{F_0\}_m \\ \{F_2^{(0)}\}_m &= -\frac{\sinh \bar{\lambda}_m^{(0)}}{N_m \sinh \lambda_m} \frac{\lambda_{0m}}{g_m \lambda_0} \left\{ \frac{1}{(\lambda_{0m}/g_m \lambda_0)^2 - 1} \frac{\{G_1\}_m}{\cosh \lambda_{0m}} - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_{0m}/g_m \lambda_s)^2 - 1} \frac{\{G_2^{(s)}\}_m}{\cosh \lambda_{sm}} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \{G_1\}_m &= \frac{1}{N_m^{(0)} \sinh \lambda_{0m}} \frac{\lambda_{0m}}{(\lambda_{0m}/g_m \lambda_0)^2 - 1} \frac{\sinh \bar{\lambda}_m^{(0)}}{\cosh \lambda_0} \left\{ \{F_0\}_m + \{F_1\}_m \right\} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_{0m}/g_m \lambda_n}{(\lambda_{0m}/g_m \lambda_n)^2 + 1} \frac{\sinh \bar{\lambda}_m^{(0)}}{\cosh \lambda_n} \{F_2^{(n)}\}_m \\ \{G_2^{(s)}\}_m &= -\frac{1}{N_m^{(s)} \sinh \lambda_{sm}} \frac{\lambda_{sm}}{(\lambda_{sm}/g_m \lambda_0)^2 + 1} \frac{\sinh \bar{\lambda}_m^{(0)}}{\cosh \lambda_0} \left\{ \{F_0\}_m + \{F_1\}_m \right\} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_{sm}/g_m \lambda_n}{(\lambda_{sm}/g_m \lambda_n)^2 - 1} \frac{\sinh \bar{\lambda}_m^{(0)}}{\cosh \lambda_n} \{F_2^{(n)}\}_m \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

ここで $\lambda_0 = k h$, $\lambda_n = k_n h$, $\bar{\lambda}_m^{(0)} = \bar{g}_m \lambda_0$, $\bar{\lambda}_m^{(0)} = \bar{g}_m \lambda_n$, $\lambda_{0m} = k_m g_m h$, $\lambda_{sm} = k_s g_m h$, $\bar{g}_m = 1 - g_m$

$$N_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_0}{\sinh 2\lambda_0} \right), \quad N_n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_n}{\sinh 2\lambda_n} \right), \quad N_m^{(0)} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_{0m}}{\sinh 2\lambda_{0m}} \right), \quad N_m^{(s)} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_{sm}}{\sinh 2\lambda_{sm}} \right)$$

式(2.12)に式(2.9)を代入し、さらに式(2.13)を代入して整理すると次のようになる。

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{j=1}^p \{H_{mj}\} - \delta_{mj} \{Q_0^{(0)}\}_m \{F_1\}_j + \sum_{j=1}^p \{Q_r^{(0)}\}_m \{F_2^{(0)}\}_m &= -\{F_0\}_m + \{Q_0^{(0)}\}_m \{F_0\}_m \\ \{Q_0^{(n)}\}_m \{F_1\}_m + \sum_{j=1}^p \sum_{r=1}^p \{Q_r^{(n)}\}_m \{F_2^{(n)}\}_j &= -\{Q_0^{(n)}\}_m \{F_0\}_m \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

ここで δ_{mj} はKroneckerのdeltaで $m \neq j$ なら $\delta_{mj} = 0$, $m = j$ なら $\delta_{mj} = 1$ であり、また $\{Q_0^{(0)}\}_m, \dots$ 等は次のようである。

$$\{a_{0m}^{(0)}\} = \{a_{0m}^{(0)}\} \{L\}_m + \sum_{s=1}^{\infty} \{a_{0m}^{(s)}\} \{L^{(s)}\}_m, \{a_{1m}^{(0)}\} = \{a_{1m}^{(0)}\} \{L\}_m + \sum_{s=1}^{\infty} \{a_{1m}^{(s)}\} \{L^{(s)}\}_m, \{a_{2m}^{(0)}\} = \{a_{2m}^{(0)}\} \{L\}_m + \sum_{s=1}^{\infty} \{a_{2m}^{(s)}\} \{L^{(s)}\}_m, \{a_{3m}^{(0)}\} = \{a_{3m}^{(0)}\} \{L\}_m + \sum_{s=1}^{\infty} \{a_{3m}^{(s)}\} \{L^{(s)}\}_m, \dots (2.15)$$

$\{a_{0m}^{(0)}\}$...等は前論文の式(2.32)と類似のものである。

式(2.14)は $f_1(\xi_i, \eta_i)$, $f_2^{(n)}(\xi_i, \eta_i)$ ($i=1, 2, \dots, N$)に関する連立一次方程式で、これを解いて f_1 , $f_2^{(n)}$ が確定し、式(2.13)から g_m , $\bar{g}_m^{(n)}$ が、式(2.9)から $\bar{f}_1$, $\bar{f}_2$, $\bar{g}_m$, $\bar{g}_m^{(n)}$ が決まり、式(2.7)で $\varepsilon=1/2$ として各領域の任意点に対する f_1 , $f_2^{(n)}$ 及び g_m , $\bar{g}_m^{(n)}$ が決まる。このようにして各領域の任意点における速度ポテンシャルが確定する。

外域及び内域での回折係数 K_{dout} , K_{din} は次のように表わされる。

$$K_{dout} = |f_0(x, y) + f_1(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(x, y)|, \quad K_{din} = |g_m(x, y) + \sum_{s=1}^{\infty} g_m^{(s)}(x, y)| \quad (2.16)$$

3 計算結果及び実験結果

ここでは、断面形の楕円($a/b=1$, $b/a=0.5$, a :長軸, b :短軸)の柱状体を2個 $q=0.5$, 間隔 D_s ($D_s/h=2$)で配置した場合について行な。た。計算は $n=5$ までの級数項をとり、1つの楕円周を16分割した。実験は幅9m, 長さ20mの水槽で $h=30$ cmとして行な。た。なお $\omega=90^\circ$, $\sigma^2 h/g=0.5$, $k h=0.772$ でFig2, Fig3の左半分の実線は理論値、右半分の破線は実験値を示しており、座標は L (波長)で無次元化している。

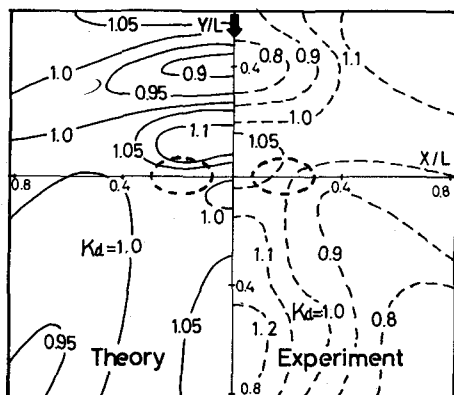


Fig.2 $\sigma^2 h/g=0.5, q=0.5, D_s/h=1.0$

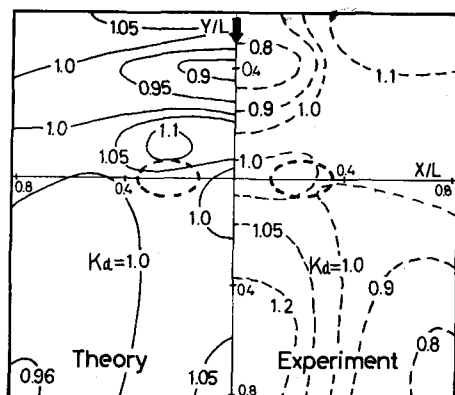


Fig.3 $\sigma^2 h/g=0.5, q=0.5, D_s/h=2.0$

4 考察並びにあとがき

Fig.2.及びFig.3より、物体の周辺では理論と実験の波高分布はよく一致している。しかし物体から遠ざかるにつれて両者のずれが著しくな、ている傾向がある。これは同じ水槽を使、た他の実験でも同様の傾向が見られることから、実験水槽の特性に起因するものと思われ、とりわけ側壁からの反射を防ぐために敷いた砂利により波が変形し均一な波が生じていないこと、水深が一樣でなく場所的に1~2cmの差があること等が主な原因である。理論値と実験値がほぼ一致することから、この解析方法が妥当であることが確かめられた。

参考文献

- (1) 井島武士, 湯村やす, 周宗仁, 吉田明徳: 水底及び水面付近の任意断面の固定柱状体による波の散乱と、波力, 土木学会論文報告集, 第228号 1974
- (2) 井島武士, 周宗仁: 有限水域における透過及び不透過島堤による波の散乱(理論値と実験値), 第21回海岸工学講演会論文集 1974
- (3) 井島武士, 周宗仁: 複数個の透過及び不透過島堤による波の散乱, 九大工学集報, 第47巻, 第6号 1974