

九州大学 工学部 正会員 井島武士
 " " 学生会員 周 宗仁
 " " " 〇竹田重三

1. はしがき

本論文は任意の断面形を持つ複数個の柱状体が、水深一定の海域において海面に半没水の状態で鉛直に固定されているとき、一定周波数の正弦波が入射することにより生ずる波の散乱をGreen関数を用いて解析的に求め、その計算結果並びに実験結果を示したものである。計算及び実験には楕円形の柱状体が2個配置された場合を例にとり、その波高分布を求めた。

2. 解析

水深一定の海域に任意断面の複数個(P 個)の柱状体がFig.1(a)に示すように、静水面からそれぞれ深さ $g_m h$ ($1 > g_m \geq 0, m=1, 2, \dots, P$)まで没水した状態で固定されており、角周波数 ω ($=2\pi/\lambda, T$:周期)の正弦波が入射するとする。Fig.1(b)のように静水面に座標原点 O 、水平面内に X, Y 軸、鉛直上向きに Z 軸をとる。各々の柱状体は閉領域 $D_1, D_2, \dots, D_P$ で示されている。

流体域を外域と柱状体下方の内域(I), (II), ..., (P)に分け、流体運動を非圧縮性完全流体の微小振幅波運動と仮定すると、いずれの運動も $\Phi(x, y, z)e^{-i\omega t}$ の形の速度ポテンシャルを持ち、次のLaplaceの方程式を満足する。

$$\Delta \Phi = 0 \quad (2.1)$$

外域で自由表面条件と水底条件(不透過)を満足する式(2.1)の一般解を $\Phi_{out}(x, y, z)$ 、各内域でそれぞれの境界条件を満足する式(2.1)の一般解を $\Phi_m(x, y, z)$ とすると、次のように表わされる。

$$\Phi_{out}(x, y, z) = \frac{g_0}{6} \left[f_0(x, y) + f_1(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(x, y) \frac{\cos kn(z+h)}{\cos knh} \right] \quad (2.2)$$

$$\Phi_m(x, y, z) = \frac{g_0}{6} \left[\varphi_m^{(0)}(x, y) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_m^{(s)}(x, y) \cos \bar{s}_m(z+g_m h) \right] \quad (2.3)$$

ここで、 g : 重力の加速度、 g_0 : 入射波の振幅、 $\bar{s}_m = \pi/\bar{g}_m h$ ($\bar{s}$: 整数、 $\bar{g}_m = 1 - g_m$)、 k 及び kn は次式の固有値である。

$$kch - \tanh kh = -knh \tanh knh = \sigma^2 h/g, \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (2.4)$$

また、入射波の速度ポテンシャルとして $f_0(x, y)$ は次式で表わされる。

$$f_0(x, y) = -i e^{-ik(x \cos \omega + y \sin \omega)}, \quad (2\pi \geq \omega \geq 0) \quad (2.5)$$

$f_1(x, y)$, $f_2^{(n)}(x, y)$, $\varphi_m^{(0)}(x, y)$, $\varphi_m^{(s)}(x, y)$ は式(2.1)より、それぞれ次の方程式を満足すべき未知関数である。

$$\frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_1}{\partial y^2} + k^2 f_1 = 0, \quad \frac{\partial^2 f_2^{(n)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_2^{(n)}}{\partial y^2} - kn^2 f_2^{(n)} = 0, \quad \frac{\partial^2 \varphi_m^{(0)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_m^{(0)}}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \varphi_m^{(s)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_m^{(s)}}{\partial y^2} - \bar{s}_m^2 \varphi_m^{(s)} = 0 \quad (2.6)$$

f_1 , $f_2^{(n)}$, $\varphi_m^{(0)}$, $\varphi_m^{(s)}$ をGreen関数を用いて表示すると次のようになる。

$$f_1(x, y) = -\varepsilon \int_D \left[f(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(0)}(kr) \right) - \left(-\frac{i}{2} k H_0^{(0)}(kr) \right) f(\xi, \eta) \right] ds, \quad f_2^{(n)}(x, y) = -\varepsilon \int_D \left[f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{1}{\pi} K_0(knr) \right) - \left(-\frac{k}{\pi} K_0(knr) \right) f_2^{(n)}(\xi, \eta) \right] ds$$

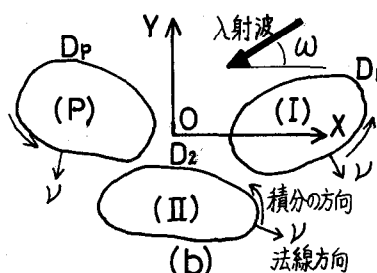
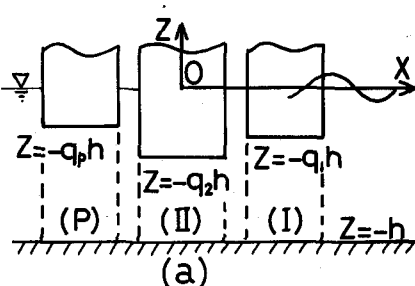


Fig.1

$$\varphi_m^{(0)}(\alpha, y) = \varepsilon \left[\left(\varphi_m^{(0)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} - \left(-\frac{1}{\pi} \log \left| \frac{1}{r} \right| \right) - \left(-\frac{1}{\pi} \log \left| \frac{1}{r} \right| \right) \bar{\varphi}_m^{(0)}(\xi, \eta) \right] ds, \quad \varphi_m^{(s)}(\alpha, y) = \varepsilon \left[\left(\varphi_m^{(s)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} - \left(-\frac{1}{\pi} K_0(\bar{S}_m) \right) - \left(-\frac{1}{\pi} K_0(\bar{S}_m) \right) \bar{\varphi}_m^{(s)}(\xi, \eta) \right] ds \right] \quad (2.7)$$

ここで、 (ξ, η) : 境界線上の点、 $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$ 、 $D = \sum_{m=1}^P D_m$ 、 ν : D_m における外向き法線、 ε は点 (α, y) が積分領域の境界線上にあれば $\varepsilon=1$ 、その他では $\varepsilon=\frac{1}{2}$ 、 H_0^0 、 K_0 、 $\bar{f}_i(\xi, \eta)$...等については前論文⁽¹⁾と同じである。

各境界面 D_m を N_m 個の点により短かい線分 ΔS に分け、式(2.7)を $\varepsilon=1$ の場合について差分化する。

$$f_i(\xi_i, \eta_i) = -\sum_{j=1}^{N_i} [A_{ij} f_j(\xi_j, \eta_j) - A_{ij} \bar{f}_j(\xi_j, \eta_j)], \quad \bar{f}_i(\xi_i, \eta_i) = -\sum_{j=1}^{N_i} [\bar{B}_{ij} f_j^{(0)}(\xi_j, \eta_j) - B_{ij} \bar{f}_j^{(0)}(\xi_j, \eta_j)] \quad (i=1, 2, \dots, N_i) \quad (2.8)$$

$$\varphi_m^{(0)}(\xi_i, \eta_i) = \sum_{j=1}^{N_m} [(C_{ij})_m \varphi_m^{(0)}(\xi_j, \eta_j) - (C_{ij})_m \bar{\varphi}_m^{(0)}(\xi_j, \eta_j)], \quad \varphi_m^{(s)}(\xi_i, \eta_i) = \sum_{j=1}^{N_m} [(E_{ij})_m \varphi_m^{(s)}(\xi_j, \eta_j) - (E_{ij})_m \bar{\varphi}_m^{(s)}(\xi_j, \eta_j)] \quad (i=1, 2, \dots, N_m)$$

ここで、 A_{ij} 、 $\bar{A}_{ij}$...等については前論文⁽¹⁾の式(2.27)、(3.12)と類似のものである。また、 $N_i = \sum_{j=1}^P N_{ij}$ である。さらに式(2.8)より、 f_i 、 $\bar{f}_i$ 、 $\varphi_m^{(0)}$ 、 $\bar{\varphi}_m^{(0)}$ をそれぞれ f_i 、 $\bar{f}_i$ 、 $\varphi_m^{(0)}$ 、 $\bar{\varphi}_m^{(0)}$ の一次式として表わし、前論文⁽²⁾と同様に領域ごとにmatrix化すると次のようになる。

$$\{F_i\}_m = \sum_{j=1}^{N_i} \{H_{ij}\} \{F_j\}_i, \quad \{\bar{F}_i\}_m = \sum_{j=1}^{N_i} \{K_{ij}\} \{\bar{F}_j\}_i, \quad \{G^{(0)}\}_m = \{L^{(0)}\}_m \{G^{(0)}\}_m, \quad \{G^{(s)}\}_m = \{L^{(s)}\}_m \{G^{(s)}\}_m \quad (2.9)$$

ここで、 $\{F_i\}$ 、 $\{\bar{F}_i\}$...等は $f_i(\xi_i, \eta_i)$ 、 $\bar{f}_i(\xi_i, \eta_i)$...等を、 $\{H\}$ 、 $\{K\}$ 、 $\{L^{(0)}\}$ 、 $\{L^{(s)}\}$ はそれぞれ $M_{ij}^{(0)}$ 、 $M_{ij}^{(s)}$ 、 $N_{ij}^{(0)}$ 、 $N_{ij}^{(s)}$ (前論文⁽¹⁾式(2.29) (3.11)を参照)をmatrix化したもので、下付文字はその領域を表わす。

各境界面 D_m 上においては、外域と内域の流体運動によるmass fluxとenergy fluxは連続でなければならないので、次の関係式が得られる。

$$\left\{ \begin{aligned} \{F_0\}_m + \{F_i\}_m \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} \{F_2\}_m \frac{\cos kn(z+h)}{\cos knh} &= 0 & : (0 \leq z \leq -\varrho_m h) \\ \{G^{(0)}\}_m + \sum_{s=1}^{\infty} \{G^{(s)}\}_m \cos \bar{S}_m(z+\varrho_m h) &= \{G^{(0)}\}_m + \sum_{s=1}^{\infty} \{G^{(s)}\}_m \cos \bar{S}_m(z+\varrho_m h) & : (-\varrho_m h \leq z \leq -h) \end{aligned} \right. \quad (2.10)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \{F_0\}_m + \{F_i\}_m \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} \{F_2\}_m \frac{\cos kn(z+h)}{\cos knh} &= \{G^{(0)}\}_m + \sum_{s=1}^{\infty} \{G^{(s)}\}_m \cos \bar{S}_m(z+\varrho_m h) & : (-\varrho_m h \leq z \leq -h) \end{aligned} \right. \quad (2.11)$$

ここで、 $\{F_0\}$ 、 $\{\bar{F}_0\}$ はそれぞれ $f_0(\xi_i, \eta_i)$ 、 $\bar{f}_0(\xi_i, \eta_i)$ ($= \partial f_0(\xi_i, \eta_i) / \partial \nu$)をmatrix化したものである。

式(2.10)には $\cosh k(z+h)$ または $\cos kn(z+h)$ をかけて、式(2.11)には $\cos \bar{S}_m(z+\varrho_m h)$ をかけて z について積分すると、これらの関数の直交性により次式が得られる。

$$\{F_i\}_m = \frac{\sinh \bar{\lambda}_m^{(0)}}{N_0 \sinh \lambda_0} \left\{ \{G^{(0)}\}_m + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\{G^{(s)}\}_m}{1 + (S\bar{\lambda}_m^{(0)}/\lambda_m^{(0)})^2} \right\} - \{F_0\}_m, \quad \{\bar{F}_i\}_m = \frac{\sinh \bar{\lambda}_m^{(0)}}{N_n \sinh \lambda_n} \left\{ \{G^{(0)}\}_m + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\{G^{(s)}\}_m}{1 - (S\bar{\lambda}_m^{(0)}/\lambda_m^{(0)})^2} \right\} \quad (2.12)$$

$$\{G^{(0)}\}_m = \frac{\sinh \bar{\lambda}_m^{(0)}}{\bar{\lambda}_m^{(0)} \cosh \lambda_0} \left\{ \{F_0\}_m + \{F_i\}_m \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sinh \bar{\lambda}_m^{(n)}}{\bar{\lambda}_m^{(n)} \cos \lambda_n} \{F_2\}_m, \quad \{G^{(s)}\}_m = \frac{2 \sinh \bar{\lambda}_m^{(0)}}{\bar{\lambda}_m^{(0)} \cosh \lambda_0} \frac{\{F_0\}_m + \{F_i\}_m}{1 + (S\bar{\lambda}_m^{(0)}/\lambda_m^{(0)})^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sinh \bar{\lambda}_m^{(n)}}{\bar{\lambda}_m^{(n)} \cos \lambda_n} \frac{\{F_2\}_m}{1 - (S\bar{\lambda}_m^{(n)}/\lambda_m^{(n)})^2} \quad (2.13)$$

ここで、 $\lambda_0 = kh$ 、 $\lambda_n = knh$ 、 $N_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_0}{\sinh 2\lambda_0} \right)$ 、 $N_n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_n}{\sinh 2\lambda_n} \right)$ 、 $\bar{\lambda}_m^{(0)} = \varrho_m \lambda_0$ 、 $\bar{\lambda}_m^{(n)} = \varrho_m \lambda_n$ 、

式(2.12)に式(2.9)を代入し、さらに式(2.13)を代入して整理すると次のようになる。

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{j=1}^P \{ \delta_{mj} \{ Q_0^{(0)} \}_m - \{ H_{mj} \} \{ F_j \}_i + \sum_{r=1}^{\infty} \{ Q_r^{(0)} \}_m \{ F_2^{(r)} \}_m &= \{ F_0 \}_m - \{ Q_0^{(0)} \}_m \{ F_0 \}_m, \\ \{ Q_0^{(m)} \}_m \{ F_i \}_m + \sum_{j=1}^P \sum_{r=1}^{\infty} \{ \delta_{mj} \{ Q_r^{(m)} \}_m - \delta_{nr} \{ K_{mj}^{(r)} \} \{ F_2^{(r)} \}_i &= -\{ Q_0^{(m)} \}_m \{ F_0 \}_m, \quad (m=1, 2, \dots, P) \\ & \quad (n=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \right. \quad (2.14)$$

ここで、 δ_{mj} はKroneckerのdelta ($\delta_{mj} = 0; m \neq j, =1; m=j$)、 $\{Q_0^{(0)}\}_m$...等は次のようである。

$$\left\{ \begin{aligned} \{Q_0^{(0)}\}_m &= a_0^{(0)} \left[\{L^{(0)}\}_m + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2 \{L^{(s)}\}_m}{1 + (S\bar{\lambda}_m^{(0)}/\lambda_m^{(0)})^2} \right], & \{Q_r^{(0)}\}_m &= a_r^{(0)} \left[\{L^{(0)}\}_m + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2 \{L^{(s)}\}_m}{1 + (S\bar{\lambda}_m^{(0)}/\lambda_m^{(0)})^2} \right] \\ \{Q_0^{(m)}\}_m &= a_0^{(m)} \left[\{L^{(0)}\}_m + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2 \{L^{(s)}\}_m}{1 - (S\bar{\lambda}_m^{(0)}/\lambda_m^{(0)})^2} \right], & \{Q_r^{(m)}\}_m &= a_r^{(m)} \left[\{L^{(0)}\}_m + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2 \{L^{(s)}\}_m}{1 - (S\bar{\lambda}_m^{(0)}/\lambda_m^{(0)})^2} \right] \end{aligned} \right. \quad (2.15)$$

$\alpha_i^{(0)}$ -----等は前論文⁽¹⁾の式(3.14)と類似のものである。

式(2.14)は $f_1(z_i, \eta_i), f_2^{(0)}(z_i, \eta_i)$ ($i=1, 2, \dots, N$)に関する連立一次方程式で、これをといて $f_1, f_2^{(0)}$ が確定し、式(2.13)から $q_m^{(0)}, q_m^{(1)}$ が、式(2.9)から $f_1, f_2^{(0)}, \bar{q}_m^{(0)}, \bar{q}_m^{(1)}$ が決まり、式(2.7)で $\varepsilon=\frac{1}{2}$ として各領域の任意点 (x, y) に対する $f_1, f_2^{(0)}$ 及び $q_m^{(0)}, q_m^{(1)}$ が決まる。このようにして各領域の任意点における速度ポテンシャルが確定する。

外域での回折係数 K_d は次のように表わされる。

$$K_d = |f_0(x, y) + f_1(x, y) + \sum_{m=1}^{\infty} f_2^{(m)}(x, y)| \quad (2.16)$$

3. 計算結果及び実験結果

ここでは、断面形が楕円($a/h=1, b/a=0.5$, a :長軸, b :短軸)の柱状体を2個 $q=0.25$, 間隔 D_s ($D_s/h=1.2$)で配置した場合について行なった。計算は $n=s=2$ までの級数項をとり、一つの楕円周を16分割した。実験は幅 $9m$, 長さ $20m$ の水槽で $h=30cm$ として行なった。なお $\omega=70^\circ$, $\delta^2 h/g=0.5$, $kh=0.772$ で、Fig.2, Fig.3の左半分の実線は理論値、右半分の破線は実験値を示しており、座標は L (:波長)で無次元化している。

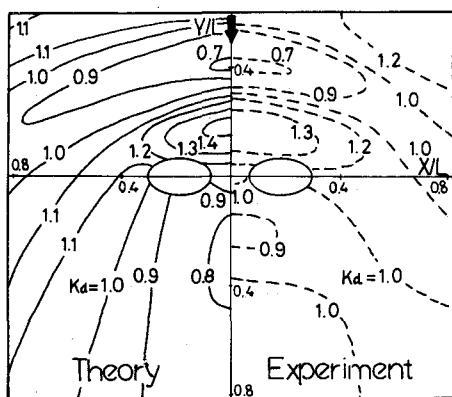


Fig.2 $\delta^2 h/g=0.5, q=0.25, D_s/h=1.0$

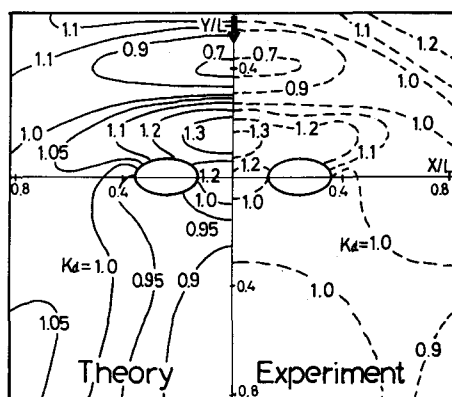


Fig.3 $\delta^2 h/g=0.5, q=0.25, D_s/h=2.0$

4. 考察並びにあとがき

Fig.2及びFig.3より、物体の周辺ならびに物体の前面では、理論と実験の波高分布はよく一致している。しかし、物体から遠ざかるにつれ両者のずれが著しくなってくる傾向にある。これは同じ水槽を使った他の実験にも同様の傾向が見られることから、実験水槽の特性に起因するものと思われ、とりわけ側壁からの反射を防ぐために敷いた砂利により波が変形し均一な波が生じていないこと、水深が一律でなく場所的に1~2cmの差があること等が主な原因である。

理論値と実験値がほぼ一致することから、この解析方法が妥当であることが確かめられた。

参考文献

- (1) 井島武士、湯村やす、周宗仁、吉田明徳：水深および水面付近の任意断面の固定柱状体による波の散乱と波力、土木学会論文報告集、才228号、1974
- (2) 井島武士、周宗仁：有限水域における透過及び不透過島堤による波の散乱(理論解と実験)、才21回海岸工学講演会論文集、1974
- (3) 井島武士、周宗仁：複数個の透過及び不透過島堤による波の散乱、九大工学集報、才47巻、才6号、1974