

II—12 変断面柱の面外座屈に対する有効長について

琉球大学理工学部 正 員 渡田純夫
琉球大学理工学部 学生員 ○金城 勉

1. まえがき

近年自動車専用道路が普及し、道路上の二線橋には、しばしばラーメン橋が用いられる。このラーメン橋は美観上変断面柱をなめかつ、柱端をヒンジにする例が多い。現鋼道路橋の示方書では、変断面柱に関する規定は含まれていない。面内座屈に関しては、変断面部材に関する座屈の研究は多くなされておられ、Stability Handbookにも種々の変断面部材の座屈値が求められている。しかし面外座屈に関してはパラメーターが多く簡単に座屈公式を求めることはできない。さらに変断面部材の捩り座屈はあまりなされておらず、有効座屈長を求めるのに困難をきたす。そこで、著者らは変断面柱に軸力と曲げが作用したときの有効座屈長を求めようとした。ただし、ここで曲げモーメントは偏心荷重を与えることにより得たものである。

2. 変断面柱の座屈解析

仮想仕事に基づき、増分荷重法による座屈に対するつり合い式は、

$$\int \sigma_{ij} \delta u_{i,j} dV + \int \bar{\sigma}_{ij} u_{i,j} \delta u_{i,j} dV = 0 \quad (1)$$

で与えられる。ここで、 σ_{ij} 、 $u_{i,j}$ はそれぞれ応力およびひずみテンソルである。式(1)の第1項は、薄肉断面では

$$\int \sigma_{ij} \delta u_{i,j} dV = \int_0^l E (A \delta^2 \xi + I_y \xi'' \delta \xi + I_x \eta'' \delta \eta + I_w \theta'' \delta \theta) dz + G \int_0^l J \theta' \delta \theta' dz \quad (2)$$

となる。ここで、 ξ 、 η 、 θ は x 、 y 、 z 方向の変位であり、 θ は x 、 y 平面の捩り角である。

式(1)の第2項は幾何剛性行列を導く項であり、軸力 P と軸力の偏心(距離 e)による曲げに対してはつぎのように与えられる。

$$\left\{ \left(\xi' \delta \xi' + \eta' \delta \eta' \right) + e_y \left(\xi' \delta \theta' + \theta' \delta \xi' \right) + e_x \left(\eta' \delta \theta' + \theta' \delta \eta' \right) + \frac{I_p + A e^2}{A} \theta' \delta \theta' \right\} dz \quad (3)$$

ここで、H型断面を想定すると、二軸対称となり、また曲げは y 軸に関するもののみとすると、 $e_x = 0$ となる。これらの条件のもとでの捩り座屈に関するつり合い式は

$$\int_0^l E (I_y \xi'' \delta \xi' + I_w \theta'' \delta \theta') dz + \int_0^l G (J \theta' \delta \theta') dz + \bar{P} \int_0^l \left\{ \xi' \delta \xi' + e_y (\xi' \delta \theta' + \theta' \delta \xi') + \frac{I_p + A e^2}{A} (\theta' \delta \theta') \right\} dz \quad (4)$$

ここで、 $I_p = \int (x^2 + y^2) dA = I_x + I_y$

今、 ξ および θ を z の3次式の間数で仮定し、変断面の I_y 、 I_w 、 J 、 e_y 、 I_p 、 A を直線的に変化するものとしよう。したがって、

$$\begin{aligned} \{\xi\} &= \langle f_3 \rangle \{\xi\}, \quad \{\theta\} = \langle f_3 \rangle \{\theta\} \\ \langle f_3 \rangle &= \langle (1 - 3\beta^2 + 2\beta^3), (\beta - 2\beta^2 + \beta^3)l, (3\beta^2 - 2\beta^3), (-\beta^2 + \beta^3)l \rangle \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $\beta = z/l$ であり、長さを無次元化した。

式(5)を式(4)に代入すると、

$$[K_s] \{u\} + \bar{P} [K_G] \{u\} = 0$$

ここで, $[K_s]$ は剛性行列であり, 次式で与えられる,

$$[K_s] = \begin{Bmatrix} [k_{33}^{22} EI_y] & [0] \\ [0] & [k_{33}^{22} EI_w + k_{33}^{11} GJ] \end{Bmatrix} \quad (6)$$

また $[K_G]$ は幾何剛性行列であり,

$$[K_G] = \begin{Bmatrix} [k_{33}^{11}] & [k_{33}^{12} e_y] \\ [k_{33}^{12} e_y] & [k_{33}^{22} \frac{I_P + A e_y^2}{A}] \end{Bmatrix} \quad (7)$$

となる。ここで,

$$[k_{33}^{ij}] g(\beta) = \frac{1}{\beta^{2+i}} \int g(\beta) < f_3^{(i)} >^T < f_3^{(j)} > d\beta \quad (8)$$

で与えられる。またこれらは 4×4 の行列となる。

3. 解析結果および考察

変断面の座屈長を求めるにあたり, 著者は図-(1)に示すような変断面柱を計算例としてあげ, 座屈荷重を求めるにあたり, その計算を簡易にするため次のような仮定をもうけた。

(1) 断面は直線変化をなすものとし, 断面積をはじめ断面二次モーメント(I_y), 断面二次極モーメント(I_p), 曲げ捩りモーメント(I_w), および, 捩り定数(k)も直線変化をなすものとする。

(2) 柱に作用する力は軸力と曲げを考え, 曲げモーメントは偏心荷重によって置き換え, その偏心量は曲げモーメントに対応するように直線変化をさせる。

以上のような仮定のもとで, 考えている部材を4要素に分割し(一端固定他端に同じの境界条件のもとで部材を4要素に分割した場合の誤差は0.2%程度であり十分に正確であると考えられている。)柱の固定端側の断面に対する同じ端側の断面の比を100%(等断面), 80%, 60%, 40%, 20%, および10%に変化させ, さらに部材長さを種々に変化させて計算を行うことにより図-(2), 図-(3)のような結果を得た。

図-(2), 図-(3)を簡単に説明すると, 図-(2)は上記のごとく断面および部材長さを種々に変化させ, 曲げモーメントを偏心荷重に置き換えたときの偏心量 e も 24.1cm にとることによって得られた $\sigma_{cr} - \lambda/r$ 曲線であり, 図-(3)は偏心量 e も 0cm (軸圧縮のみ)にとることによって得られた $\sigma_{cr} - \lambda/r$ 曲線である。

なお, 座屈応力を求めるにあたっては変断面柱の中央の断面積を用いた。

4. あとがき

詳しい計算結果は当日発表を予定である。

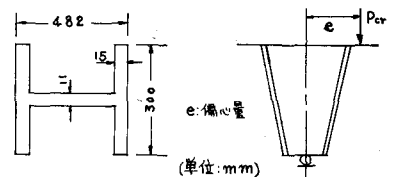


図-(1) H型変断面柱

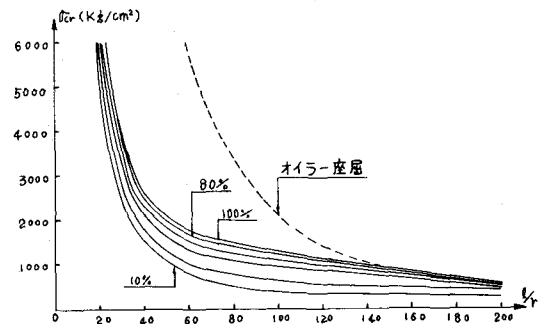


図-(2) 偏心量 $e = 24.1\text{cm}$ における $\sigma_{cr} - \lambda/r$ 曲線

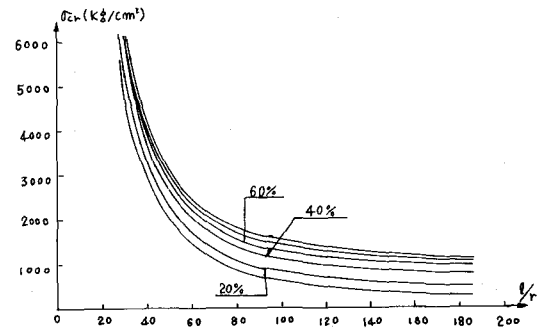


図-(3) 偏心量 $e = 0.0\text{cm}$ における $\sigma_{cr} - \lambda/r$ 曲線