

九州大学 正員 横木武  
九州大学 学生員 ○能登原功

## 1 まえがき

支保工、覆工などのトンネル構造物は、外周が地山と接しているため、空間に位置している構造物に比べて、その力学的取り扱いが複雑となる。特に、地山の力学性状がトンネル構造物の耐力に与える影響は非常に大きいものである。前報においては地山を線形バネとして、各種の荷重状態、構造物の支承条件、構造物と地山との初期空隙などを考慮し鋼アーチ支保工の弾塑性挙動の解析を行なったが、その結果、鋼アーチ支保工の終局耐力が、地上構造物に比べて相当大きいものであること、偏圧荷重を受ける場合には地山の剛性の影響が極めて大きいこと、支保工断面を大きくしても偏圧荷重の場合には等圧荷重に比べて差程大きな終局耐力の増大が期待できないことなどが明らかになった。

しかし、これらの結果は第1近似として、地山を線形バネによりモデル化した結果であるため、実情と相当異なると推定される。そこで、より実情に即した解析が必要になるがその1つとして、地山を弾塑性バネによりモデル化して解析することが考えられ、さらに、時間要素を考慮した粘弹性バネも考えることができる。本研究は地山をこれらのモデルによって置換し、より厳密なかつ実情に即した鋼アーチ支保工の終局耐力に関する特性を求めんとするものである。

## 2 解析方法

## A 支保工部材要素の弾塑性解析について

支保工部材要素の弾塑性解析については前報と同じであるが、要約すれば以下のとおりである。すなわち、解析の対象とする円形H型鋼アーチ支保工を18要素からなる直線部材要素に置き換え、頂部は解析上ヒンジとする。部材の降伏関数としては地山の拘束により軸力の影響が大きくなることが予想されるので、これをも考慮した降伏関数として次式を用いるものである。

$$f = \begin{cases} M_p & \text{ただし } 0 \leq N < 0.15N_p \\ \frac{M_p}{M_p} + 1.18(\frac{M_p}{M_p} - 1) & \text{ただし } 0.15N_p \leq N \leq N_p \end{cases}$$

ここで  $M_p$ : 全塑性曲げモーメント  
 $N_p$ : 全塑性軸力

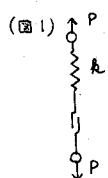
降伏後の部材端においては、塑性流動理論より求められた新しい剛性マトリックスとなり<sup>2)</sup>、部材端が降伏する毎に入れ替えて計算を行った。なお計算は荷重漸増法によるものであるが、演算効力を減する意味から荷重倍数法による降伏点追跡を行なった。

## B 地山の弾塑性モデルについて

図1に示すような弾完全塑性体を考えるものとすれば、その特性は周知の通りであり、ある変位ひずみまで弾性的に挙動し、変位ひずみを越えた場合には一定荷重 $P_0$ のところで変位は増加していく。解析手順としては、まず地山を弾性バネとして解き、上述の荷重倍数法により部材力の計算、降伏点の検出を行い、変位ひずみを越えた場合にはその節点に負荷 $-P_0$ を荷重として加えて、地山が塑性域に達した時の支保工-地山系を解くものである。また、これによりあらかじめ発生した降伏点の検出を行なってのち、荷重を増加する。

## C 地山の粘弹性モデルについて

図2に示すような要素からなる粘弹性モデルを考えると、このモデルの任意の時間における荷重-変位構



成式は次のとおりである。

$$(1+\alpha)P_x + \frac{d\alpha}{\rho} \left( \frac{dP}{dx} \right)_x = d\alpha k_1 u_{x+2} + \frac{d\alpha}{\rho} k_1 \left( \frac{du}{dx} \right)_x \quad \text{ただし } \alpha = \frac{k_2}{k_1}, \beta = \frac{x_1 - x_2}{k_2}$$

と置き換えた無次元数

式(1)における微分係数を次の差分近似(前進差分)を行えば次のとおりである。

$$\left( \frac{dP}{dx} \right)_x = \frac{1}{\Delta x} \left( -\frac{1}{2} P_{x+2} + 2P_{x+1} - \frac{3}{2} P_x \right), \quad \left( \frac{du}{dx} \right)_x = \frac{1}{\Delta x} \left( -\frac{1}{2} u_{x+2} + 2u_{x+1} - \frac{3}{2} u_x \right) \quad \text{(2)}$$

式(2)を式(1)に代入すれば  $P_{x+2} = k_1 u_{x+2} + P_{x+1} \cdots (3)$  ただし  $P_{x+2} = 4P_{x+1} - (3 - \frac{3\rho}{2})P_x - 4k_1 u_{x+2} + (3 - 2\rho)k_1 u_x$

式(3)において  $P_{x+2}$  は、考へている時間( $x+2$ )よりも以前の( $x+1$ )、 $x$ の時間段階においてこのモデルに働いていた軸方向力、および軸方向変位からなっており、それらは既知の値である。ゆえに式(3)により仕意の時間における軸方向力-軸方向変位の構成式が求まる。ただし初期値  $\alpha=0$ においては  $P_0=P_E$ ,  $u_0=u_E$  ( $P_E$ ,  $u_E$ は弾性解より得られた値) また  $\alpha=1$ においては  $P$ なるべくにひの対称性を仮定し  $P=P_1$ ,  $u_1=u_1$  とすると次のようになる。

$P_1 = \frac{3\alpha}{3\alpha+1} k_1 u_1 \cdots (4)$  すなわちこの仮定を行なうことは、最初の時間段階においてはこのモデルをバネ定数  $\alpha$  を  $3\alpha/(3\alpha+1) \cdot k_1$  に減じた弾性バネと考えていることになる。ちなみに  $\alpha$  を  $\infty$  にすると  $P_1 = k_1 u_1$  となり一致することから、この近似にはある程度の妥当性があると思われる。

次に図3に示すように、この粘弹性モデル上の梁を考える。変位関数として

3次式を用いると、仕意点の変位  $u(x)$  は  $u(x) = N(x)\{\psi\}$  となる。

$$\text{ただし } N(x) = [1 - 3\frac{x^2}{l^2} + 2\frac{x^3}{l^3} \quad x - 2\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3} \quad 3\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x^3}{l^3} \quad -\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3}]$$

$$\{\psi\}^T = \{u_1, \theta_1, u_2, \theta_2\}$$

仕意点における仕意の時間  $\alpha$  における地盤反力  $Q$  は  $Q = (k_1 u_{x+1} + P_x)B$

$B$ : 部材幅 この系に仮想仕事の原理を適用して、支保工-地山系の剛性マトリックスを求めれば次のとおりである。

$$\{R\} = (K_E + K_Q)\{\psi\} + \{R_0\} \cdots (5) \quad \text{ただし } K_E: 梁の剛性マトリックス}$$

$K_Q$ : 弹性バネとした場合の地山の剛性マトリックス

$$\{R_0\}: \{R_0\}^T = B \cdot P_x \cdot [0 \quad \frac{l}{2} \quad \frac{l^2}{12} \quad 0 \quad \frac{l}{2} \quad -\frac{l^2}{12}]$$

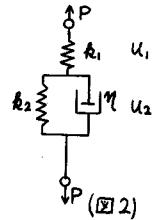
式(5)より仕意の時間  $\alpha$  における支保工-地山系の荷重-変位関係が求まる。 $\{R\}$  は時間  $\alpha$  以前の既知地盤反力、および変位からなるものでこれを見かけの荷重として左辺に移項し、それを解く事により仕意の時間  $\alpha$  における変位が求まる。変位が収束した時をもって、この荷重における支保工-地山系の変位、および部材力を算出し、あらたに降伏点が生じたかどうかを判定し、次の荷重段階に進んでいく。

以上  $B$ ,  $C$  に述べた地山モデルを用いて支保工の解析を進めること、支保工に多数の降伏点が発生し、一つには機構化に近い状態、またはその変位が許容変位よりも大きくなることになり、この時をもって支保工の耐力とするものである。

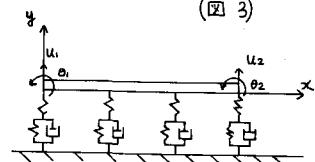
具体的な演算結果については紙面の都合上割愛し講演時に発表することにする。

## 参考文献

- 1) American Institute of Steel Construction Specification for the Design, Fabrication and Erection of Steel for Building 1961
- 2) 星, 尾崎, 平尾 軸力の影響を考慮した平面剛、滑節構造物の一自動弾塑性解析 土論第202号, PP. 11-24, 6, 1972.
- 3) 上田, 松石, 山川, 赤松 マトリックス法による骨組構造物の弾塑性解析 日本造船学会論文集第124号, PP. 183-191, 6, 1968.
- 4) 橋木 武 マトリックス構造解析法 共立出版, PP. 283-301, 1972
- 5) 橋木 武, 山本 修司 鋼アーチ支保工の耐力 昭和49年度土木学会西部支部研究発表会講演集, PP. 21-22, 2, 1975.



(図2)



(図3)

$$N(x) = [1 - 3\frac{x^2}{l^2} + 2\frac{x^3}{l^3} \quad x - 2\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3} \quad 3\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x^3}{l^3} \quad -\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3}]$$

$\{\psi\}^T = \{u_1, \theta_1, u_2, \theta_2\}$

仕意点における仕意の時間  $\alpha$  における地盤反力  $Q$  は  $Q = (k_1 u_{x+1} + P_x)B$

$B$ : 部材幅 この系に仮想仕事の原理を適用して、支保工-地山系の剛性マトリックスを求めれば次のとおりである。

$$\{R\} = (K_E + K_Q)\{\psi\} + \{R_0\} \cdots (5) \quad \text{ただし } K_E: 梁の剛性マトリックス}$$

$K_Q$ : 弹性バネとした場合の地山の剛性マトリックス

$$\{R_0\}: \{R_0\}^T = B \cdot P_x \cdot [0 \quad \frac{l}{2} \quad \frac{l^2}{12} \quad 0 \quad \frac{l}{2} \quad -\frac{l^2}{12}]$$

式(5)より仕意の時間  $\alpha$  における支保工-地山系の荷重-変位関係が求まる。 $\{R\}$  は時間  $\alpha$  以前の既知地盤反力、および変位からなるものでこれを見かけの荷重として左辺に移項し、それを解く事により仕意の時間  $\alpha$  における変位が求まる。変位が収束した時をもって、この荷重における支保工-地山系の変位、および部材力を算出し、あらたに降伏点が生じたかどうかを判定し、次の荷重段階に進んでいく。

以上  $B$ ,  $C$  に述べた地山モデルを用いて支保工の解析を進めること、支保工に多数の降伏点が発生し、一つには機構化に近い状態、またはその変位が許容変位よりも大きくなることになり、この時をもって支保工の耐力とするものである。

具体的な演算結果については紙面の都合上割愛し講演時に発表することにする。

## 参考文献

- 1) American Institute of Steel Construction Specification for the Design, Fabrication and Erection of Steel for Building 1961
- 2) 星, 尾崎, 平尾 軸力の影響を考慮した平面剛、滑節構造物の一自動弾塑性解析 土論第202号, PP. 11-24, 6, 1972.
- 3) 上田, 松石, 山川, 赤松 マトリックス法による骨組構造物の弾塑性解析 日本造船学会論文集第124号, PP. 183-191, 6, 1968.
- 4) 橋木 武 マトリックス構造解析法 共立出版, PP. 283-301, 1972
- 5) 橋木 武, 山本 修司 鋼アーチ支保工の耐力 昭和49年度土木学会西部支部研究発表会講演集, PP. 21-22, 2, 1975.