

琉球大学理工学部 正員 浜田純夫

琉球大学理工学部 学生員 宮里康則

1. まえがき

不完全合成桁の解析には、Newmark の方法および三角形要素を用いた有限要素法等が用いられている。ここでは、深要素を用いた有限要素解析を行った。著者らの方法ではコンクリートスラブと鋼桁を軸力と曲げを受ける深要素とし、ジベルは軸方向変形を受けるスプリング要素とした。著者らの方法と Newmark の方法による結果を比較し、Newmark の方法では不可能であった不等分布したジベル配置の場合および負の曲げを受ける場合について計算を行った。

2. 解析方法

深要素については仮想仕事の原理によれば、

$$\int_V \sigma_3 \delta \epsilon_3 dV = \int_L q_y \delta u_y d\bar{z} + \int_L q_z \delta u_z d\bar{z} + \sum P_{yi} \delta U_y + \sum P_{zi} \delta U_z \quad (1)$$
が成り立つ。ここで P_{yi}, P_{zi} は i 点に作用する y および z 方向の集中外力であり、 q_i は等分布外力である。深の y ずみと z 方向の変位 v, w で表わすと、

$$\epsilon_3 = w' - v''y \quad (2)$$

さらにこれを弾性体の材料に適用すると、

$$\sigma_3 = E(w' - v''y) \quad (3)$$

となる。よって仮想ひずみエネルギーは次のようになる。

$$\int_V \sigma_3 \delta \epsilon_3 dV = E \int_L A w' \delta w' d\bar{z} + E \int_L I v'' \delta v'' d\bar{z} \quad (4)$$

ここで z 軸を中立軸にとると $\int_L y dA = 0$ である。軸方向変位および曲げによる変位を三次式で仮定すると、

$$w = w_1 g_1 + w'_1 g_2 + w_2 g_3 + w'_2 g_4 \quad (5)$$

$$v = v_1 g_1 + v'_1 g_2 + v_2 g_3 + v'_2 g_4$$

となる。ここで g_i は形状関数である。式(5)を式(4)に代入してマトリックス表示すると深要素の剛性マトリックスが得られる。Fig. 1 の深要素のモデルではコンクリートスラブの変位は節点 2, 4 で、鋼桁の変位は節点 1, 3 で与えられる。コンクリートスラブと鋼桁のたわみは等しいので、自由度は 12 となり変位ベクトルは次のように示される。

$$\{U\} = \{w_1, w'_1, v_1, v'_1, w_2, w'_2, w_3, w'_3, v_3, v'_3, w_4, w'_4\}^T \quad (6)$$

ジベルの押し抜き試験の結果によると、ジベルのカーズレ関係は必ずしも直線ではないが力が小さい間は直線とみなすことができる。よって、ジベルに働く力とズレの関係は、

$$F = Q \Delta s \quad (7)$$

である。また Fig. 2 が示すようにズレ Δs は軸方向変形と曲げによる変形から次のように与えられる。

$$\Delta s = w_s - w_c + v' \bar{y} \quad (8)$$

ここで $\bar{y}$ はコンクリートスラブと鋼桁の中立軸の距離である。よってジベルの仮想変位エネルギーはジベルが要素内で等分配されていると、

$$\delta U_{sc} = \int_L Q \Delta s \delta \Delta s d\bar{z} = \int_L Q (w_s - w_c + v' \bar{y}) (\delta w_s - \delta w_c + \delta v' \bar{y}) d\bar{z} \quad (9)$$

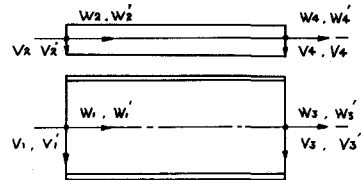


Fig. 1 Nodal Displacements

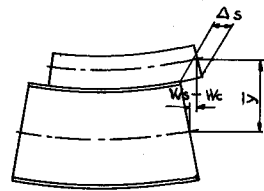


Fig. 2 Slip

で表わされる。これよりジベル要素の剛性マトリックスが得られる。以上の結果より不完全合成桁の釣り合い方程式が得られる。

$$\int_0^L \delta E_c dV + \int_0^L \delta E_s dV + \int_0^L \delta \Delta_s \delta \Delta_s d\bar{s} = \int_0^L \delta U d\bar{s} \quad (10)$$

これをマトリックス表示すると、

$$\{K_c\} \{u\} + \{K_s\} \{u\} + \{K_{sc}\} \{u\} = \{P\} \quad (11)$$

ここで $\{K_c\}$, $\{K_s\}$, $\{K_{sc}\}$ はコンクリートスラブ、鋼桁およびジベル要素の剛性マトリックスであり、 $\{u\}$ は変位ベクトル $\{P\}$ は荷重項である。式(10)に式(4)と(9)を代入して部分積分すると次の釣り合い微分方程式が得られる。

$$-E_c A_c w'' + Q(w_c - w_s) - Q \bar{y} v'' = 0 \quad (12)$$

$$(E_c I_c + E_s I_s) v'' - (w_s' - w_c') Q \bar{y} - Q \bar{y}^2 v'' - Q \bar{y} = 0 \quad (13)$$

ここで $E_c A_c w' = -F$ また Newmark 流にジベル剛性 Q を K/s と表示し $(E_c I_c + E_s I_s) v'' = -(M - F \bar{y})$ の関係式を用いると式(12)と(13)は次のように書き換えられる。

$$F'' - \frac{KF}{S} \frac{\bar{y}}{EI} = -\frac{K}{S} \frac{\bar{y}}{EI} M \quad (14)$$

$$v'' - Q_1 v'' - Q_2 M - Q_3 Q = 0 \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{ここで } \Sigma EI &= E_c I_c + E_s I_s & \frac{1}{EA} &= \frac{1}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s A_s} \\ \bar{EI} &= \Sigma EI + EA \bar{y}^2 & Q_1 &= \frac{K}{S} \left(\frac{1}{EA} + \frac{\bar{y}^2}{\Sigma EI} \right) \\ Q_2 &= \frac{K}{S} \frac{1}{\Sigma EI} & Q_3 &= \frac{1}{\Sigma EI} \end{aligned}$$

式(14)は完全に Newmark の式と一致している。

3. 解析結果

昭和48年の示方書に基づいて設計された Fig. 3 の断面を用い、桁中中央集中荷重および等分布荷重を受ける単純深のたわみ、ジベルに作用する力、コンクリートスラブおよび鋼桁のひずみを計算して、Newmark の方法と比較し、またジベルの配置を変えてその挙動を調べた。一方、同様な二種類の荷重状態で真の曲げを受ける梁についても解析を行なった。ジベルは、スタッドジベル(中19)を使用し、ジベル剛性は $5 \times 10^5 \text{ Kg/cm/本}$ とした。

〔Newmark の方法との比較〕 たわみ、軸方向力とも一致している。Newmark の方法は、単純梁においてはほぼ実験結果と一致しているのだから著者らの方法も同様と考えられる。

〔正の曲げを受ける場合〕 不等分布したジベル配置についてその挙動を調べるため次の三つの配置方法考えた。1.) ジベルを梁に沿って一様に配置する。2.) 中央がらの距離に比例した配置する。3.) 端に集中配置する。たわみについては、等分布配置および三角分布配置ともほぼ同じ結果を示しているが、せん断力に比例するよう配置した方がそれぞれわずかに大きい剛性を与えている。端集中配置の場合は剛性がかなり低下しているがこれは一種の非合成状態と考えることができる。

〔負の曲げを受ける場合〕 負の曲げを受ける合成桁の解析は今までほとんど行なわれていないが、著者らの方法によるとコンクリートスラブの断面積を鉄筋の断面積に置き換え、曲げ剛性をゼロにすることによって解析することができる。Table. 2 にその結果を示す。

4. あとがき

Newmark が不完全合成桁の解析を試みて以来ほとんどの研究者が Newmark の方法に基づいて解析の適用を拡張した。有限要素法も適用されることが、適当なモデルは未だに完成されていなかった。著者らの方法こそ不完全合成桁要素の最適モデルと信じて疑わない。なお詳しい結果については当日発表の予定である。

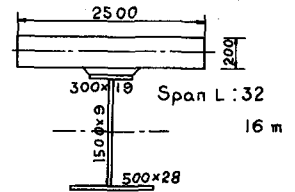


Fig.3 Cross Section

Table.1 Comparison of the Results

	A	B
Axial Force at Mid-span	71774	71339 kg
Force Acting on Shear Connectors at Support	81.717	81.956 kg/cm
Deflection at Mid-span	1.5885	1.5903 cm

A: Newmark's Method

B: Proposed Method

Table.2 Deflection at Mid-Span

Shear Connectors Arrangement	Positive Bending	Negative Bending
Uniform	1.5903	0.1601
Triangular	1.5902	0.1560
End	1.9075	0.1729 cm