

II—3 橋度理論による吊橋の弾塑性解析（その1）

九州大学 学生員。緒方紀夫
九州大学 正員 太田俊昭

1. まえがき

吊橋の解析法としては、橋度理論、有限変形理論などがあり、その解法原理は既に確立されているが、いずれも弾性解析に止まるもので、弾塑性挙動を解明し得るまで拡張されたものは極めて少ない。本研究は、主塔ならびに補剛桁の降伏特性を考慮して、吊橋全体系が崩壊に至るまでの挙動を追跡し、既存あるいは計画中の吊橋の安全性を確かめ、今後の吊橋の合理的な設計法の一助にせんとするものである。

2. 基礎式の誘導

補剛桁の任意の点の曲げモーメントは、行列表示して次の式で与えられる。

$$M_s = \bar{M}_s - f_{s1} H_{s1} - H_{s2} \gamma - H_{s3} \eta \quad \cdots \cdots (1)$$

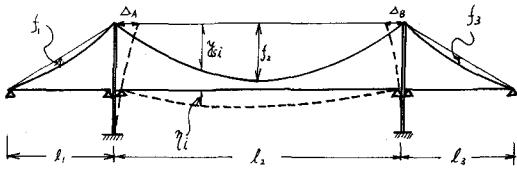


Fig.-1

ただし、 M_s : 補剛桁の曲げモーメント M_s の列行列、
 \bar{M}_s : 単純梁に換算したヒンのモーメント、 H_s : H_s 、

H_{s1} , H_{s2} の列行列、 H_{s1} , H_{s2} , H_{s3} : 各スパンの活荷重による水平反力、 H_d : 死荷重による水平反力、 γ : 補剛桁の任意点のたわみひずみ列行列、 η : H_{s1} , H_{s2} , H_{s3} を対角要素 K 持つ行列

次に、補剛桁の応力ひずみ関係を Bilinear と仮定すれば、曲率は次のように表わされる。

$$\phi_s = \alpha_s M_s + \beta_s^p \quad \cdots \cdots (2)$$

ただし、 ϕ_s : 補剛桁の曲率 κ の列行列、 α_s : $(1/s)$ を対角要素 K 持つ行列、 β_s^p : 塑性曲率 κ_p の列行列
また、任意の点の変位と曲率との関係は下記の公式を用いれば次のように表わされる。

$$\gamma = \alpha_s \phi_s \quad \cdots \cdots (3)$$

ただし、 α_s : κ に関する係数行列

ところで、Cable 方程式は、温度変化ケーブルの変形の前後における任意点の傾斜角 θ の変化を無視し、Cable の形状を放物線と仮定すれば、Fig-1 を参考して次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} H_s &= -\frac{E_c A_c}{L_1} (\Delta_A) + \frac{8 E_c A_c \frac{\ell}{L_1}}{L_1 \ell^3} \int_0^\ell \gamma dx \\ H_s &= -\frac{E_c A_c}{L_2} (\Delta_A + \Delta_B) + \frac{8 E_c A_c \frac{\ell}{L_2}}{L_2 \ell^3} \int_0^\ell \gamma dx \\ H_s &= -\frac{E_c A_c}{L_3} (\Delta_B) + \frac{8 E_c A_c \frac{\ell}{L_3}}{L_3 \ell^3} \int_0^\ell \gamma dx \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (4)$$

ただし、 E_c , A_c : Cable のヤング率と断面積、 Δ_A , Δ_B : 左右の塔頂変位、 $L = \int_0^\ell \sec^3 \theta dx$

(4) 式を行行列表示すると、

$$H_s = C \Delta + \mathcal{E} \gamma \quad \cdots \cdots (5)$$

ただし、 Δ : 塔の任意の点の変位 Δ_i の列行列、 C : Δ に関する係数行列、 \mathcal{E} : γ に関する係数行列
ここで、(3) 式と (1), (2), (5) 式を代入のうえ整理すると、

$$J_s \eta + G_{ts} \Delta = A_{ts} \bar{M}_s + A_{ts} \phi_s^p \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

ただし、 $J_s = I + H_s A_{ts} + A_{ts} H_s + A_{ts} \eta_s C$, $G_{ts} = A_{ts} \eta_s C$, $A_{ts} = A_{ts} \eta_s$, I : 単位行列
次に、塔Kについても同様な手法で基礎式を誘導する。したがって、任意の点のモーメントは次式で表わされる。

$$M_{ki} = -\eta_{ti}(H_{ki} - H_{ti}) - V_i(\Delta_A - \Delta_i) \quad (\text{左塔, 右塔Kについても同様})$$

これを行列表示して、

$$M_{it} = -\eta_{ti} H_{it} + \times \Delta \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

ただし、 M_t : 塔の任意の点の曲げモーメント M_t の列行列, η_t : 塔頂から任意の点までの距離 η_t の行列,
 \times : 塔Kかかる鉛直力 V_t を要素とする行列
また、式(3), 式(8)と同様に塔Kについても次式が成り立つ。

$$\phi_t = \eta_t M_t + \phi_t^p \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

$$\Delta = A_t \phi_t \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

式(9)K, (5), (7), (8)式を代入のうえ整理すると次のようく表わされる。

$$J_t \Delta + G_{tt} \eta_t = A_t \phi_t^p \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

ただし、 $J_t = I + A_t \eta_t - A_t \times$, $G_{tt} = A_t \eta_t C$, $A_t = A_t \eta_t$
式(6), 式(10)を連立して、

$$\begin{bmatrix} J_s & G_{ts} \\ G_{tt} & J_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ \Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ts} \bar{M}_s + A_{ts} \phi_s^p \\ A_t \phi_t^p \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} \eta \\ \Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_s & G_{ts} \\ G_{tt} & J_t \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_{ts} \bar{M}_s + A_{ts} \phi_s^p \\ A_t \phi_t^p \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

式(11)Kより、任意の荷重に対する補剛性および塔の任意の点の変位の関係が得られたわけであるが、演算は(4)式の右辺に未知数 H_t ならびに塑性曲率 ϕ が含まれているので、当然収束計算を必要とする。

3. 数値計算例

数値計算例は、現在計画中の因島大橋を参考として、次のような諸元を用いた。 $l_1 = l_3 = 250m$, $l_2 = 770m$, $f_1 = 76m$,
 $f_2 = f_3 = 7.113m$, $A_c = 0.2426 m^2$, $E_c = 2.0 \times 10^5 N/mm^2$, 補剛性面二次モードモーメント = $4.904 m^9/Br$, 補剛性高 = $9m$, 塔高 = $136m$, 塔断面積 = $0.7708 m^2$ 錐柱, 塔断面二次モードモーメント = $2.768 m^9$ 錐柱
細長比 = 71.76 , 死荷重 = $21.365 t/m/Br$

なお、計算結果の一部を Fig-2 に示すが、詳細は講演時に説明する。

(参考文献)

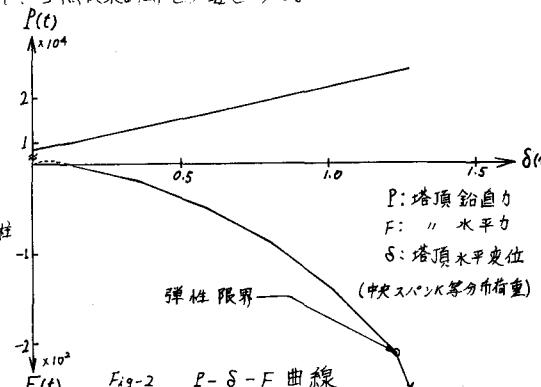


Fig-2 P-S-F 曲線

- (1) 山崎徳セ、太田俊昭・石川信隆：補正エネルギーによる直線構造物の弾塑性解析、土木学会論文集、第139号、昭和41年。
- (2) T.Ohta and T.Yamasaki: Elasto-Plastic Analysis of Steel Structures Considering the Effects of Residual Stress and Finite Deformation, Proc. of JSCE, No.194, Oct. 1971.
- (3) 国広哲男・藤原稔・井川治久：吊橋主塔の弾塑性解析と設計上の問題点、建設省土木技術資料 14-4, 1972
- (4) 福本勝士・大森和寛：吊橋フワー静的挙動に関する基礎的研究、土木学会論文集、第224号、1977