

# I-17 脚付きケーランの振動特性の理論的考察

九州大学 正員 小坪清真  
 九州大学 正員 園田敏夫  
 九州大学 学生員 柳川憲治

## I. まえがき

従来、構造物の下部構造としてケーラン基礎及び杭基礎が地盤からの反力を構造物へ伝える役割を果たしてきた。地盤からの反力をうけるという意味では、どちらも同じ構造物であり、より有効かつ合理的な構造物を支え地盤からの反力をうける機構とし、この両者を結合させた構造物を考へ得る。しかしながらケーランは剛体であり、杭は曲げ剛性を持ち、その振動特性は著しい違いをもつてゐる。従って、それらを結合させた構造物（脚付きケーランと呼ぶ）がいかにも振動特性をもつつかという点は興味深くかつ複雑な様相を呈すると考へられる。ここでは地盤の変形を考慮して（地盤は独立に動くものとしてその応答を求め）構造物は基盤の加速度に比例する慣性力のほかに地盤と構造物との相対変位に比例する反力をうけるものとし、又、構造物の全体の高さを一走りでケーラン部と杭部の高さの比率をひかえて応答計算を行ない、ケーラン部のみの場合と比較してその特性を調べた。

## II. ケーランと脚付きケーランの振動性状

図-1a, 図-1b のように表層地盤中の埋め込まれたケーラン及び脚付きケーランの運動方程式を立て、固有円振動数と振動型を求める。このときケーランの高さを 20 m, 30 m, 40 m の 3 段階に分け、それれべく解く。脚付きケーランはケーラン部と杭部の運動方程式を別々に立て、それを境界条件によく連立させて求めることとする。

図-1-a

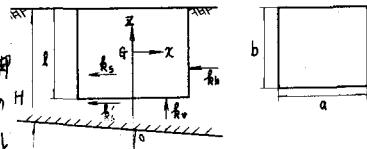
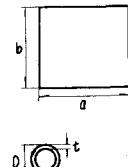


図-1-b



### i) ケーランの運動方程式

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + zl(ak_s + bk_h)x + k_s ab(x - \frac{l}{z}\theta) &= 0 \\ J\ddot{\theta} + \frac{l}{6}I^2(ak_s + bk_h)\theta + k_v\theta \frac{a^2b}{l^2} - k_s ab(x - \frac{l}{z}\theta) \frac{l}{z} &= 0 \end{aligned}$$

### ii) 脚付きケーランの運動方程式

#### ○ ケーラン部

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + zl(ak_s + bk_h)x + nS &= 0 \\ J\ddot{\theta} + \frac{l}{6}I^2(ak_s + bk_h)\theta + n(-M - \frac{l}{z}S) + \sum_i N_i e_i &= 0 \end{aligned}$$

n: 杭数(9本)

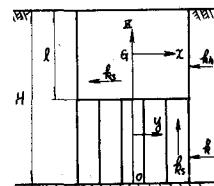
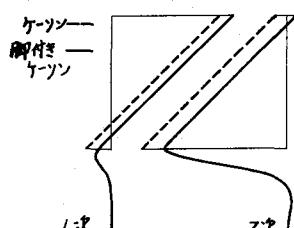


図-2



#### ○ 杭 部

$$w_e A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} + Zk_D y = 0$$

境界条件としては、杭の下端固定、杭とケーランの連続条件及びケーラン底部と杭上端

表-1

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66	-18.54	11.95	-12.56	15.96	-13.06

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66	-18.54	11.95	-12.56	15.96	-13.06

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66	-18.54	11.95	-12.56	15.96	-13.06

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66	-18.54	11.95	-12.56	15.96	-13.06

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66	-18.54	11.95	-12.56	15.96	-13.06

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66	-18.54	11.95	-12.56	15.96	-13.06

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66	-18.54	11.95	-12.56	15.96	-13.06

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66	-18.54	11.95	-12.56	15.96	-13.06

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66	-18.54	11.95	-12.56	15.96	-13.06

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66	-18.54	11.95	-12.56	15.96	-13.06

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66	-18.54	11.95	-12.56	15.96	-13.06

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66	-18.54	11.95	-12.56	15.96	-13.06

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66	-18.54	11.95	-12.56	15.96	-13.06

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66	-18.54	11.95	-12.56	15.96	-13.06

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66	-18.54	11.95	-12.56	15.96	-13.06

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66	-18.54	11.95	-12.56	15.96	-13.06

ケーラン高	20 m		30 m		40 m	
	1次	2次	1次	2次	1次	2次
脚付きケーラン 固有円振動数	31.71	51.52	32.69	48.79	33.61	47.16
脚付きケーラン 振動型(Xθ)	8.66					

### III. ケーランと脚付きケーランの応答計算

IIで調べたケーランと脚付きケーランの応

答を求める試であるが、解析方法として振動型解析法を用いる。本論では地盤の変形を考慮していけるので、構造物の動的応答はそれを(i)構造物が基盤からの入力をうけ表層地盤中で自由振動を行なうときの応答、(ii)構造物が表層地盤の変位による強制力をうけ振動するときの応答の二つの場合に分け考察。両者の結果を重ね合わせることによって構造物の動的応答を求める。従つて構造物の振動型として(ii)構造物が静止表層地盤中で自由振動を行なうときの振動型  $\chi$  と(iii)表層地盤からの規準振動型に相似な静変位をもつとき、それにより強制される構造物の静変位型  $\chi_p$  との二種類の変位型を基本の振動型として採用すると、構造物の応答変位  $\chi$  は

$$\chi = \sum_{r=1}^{\infty} G_r \chi_r + \sum_{p=1}^{\infty} b_p \chi_p$$

となる。

$G_r$ : 構造物の  $r$  次振動の規準振幅

$b_p$ : 表層地盤の  $p$  次振動の規準振幅

図-3

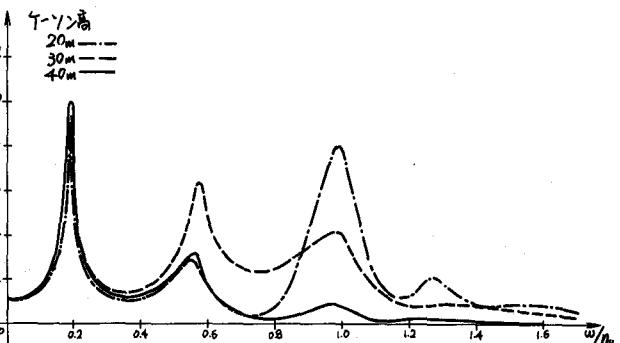
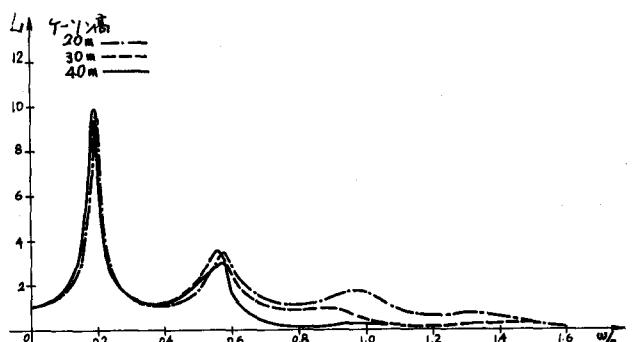


図-4



本節では、まず定常入力表に対する応答を

検討する。基盤が正弦波地動を行なうときは、入力加速度を中とすると  $\phi = -\alpha w^2 e^{i\omega t}$  とすればよく、すなわち構造物の最上点の応答変位を  $\chi_{top}$  とすれば、その点の絶対加速度応答倍率 ( $L$ ) は

$$L = \left| \frac{\ddot{\chi}_{top} + \phi}{\phi} \right|$$

となる。

なお、数値計算をするにあたつて地盤の減衰定数は 0.07、ケーランの減衰定数は 0.05、脚付きケーランの減衰定数は 0 と 0.05 の二種を採用する。また、構造物の静変位型は高次の影響が小さいので五次までを考へ ( $P=5$ )  $R=8$  とする。図-3 はケーラン、図-4 は脚付きケーラン (減衰定数 = 0) の応答である。横軸には  $\omega/\omega_n$  E とある。(E は構造物の 1 次の固有円振動数) 脚付きケーランの減衰定数 = 0.05 は計算中である。

### 参考文献

- ・小坪清真「土木振動学」
- ・小坪・高西「鋼管橋脚の耐震性に及ぼす基礎地盤変形の影響」
- ・小坪・高西「鋼管橋脚の地震応答計算法」