

I-2 ねじり1自由度フラッタの解析モデルについて

九州大学 工学部

学生員 中村 健

同 応用力学研究所

正 員 中村泰治

1. はじめに

弾力弾性系における流体系は、一般に有限な刺激(物体変位)に対して非線型な応答(流体力)を示す。ただし、微小な物体変位を対象にすれば系を線型近似することか許される。このような観点に立ち、筆者らは線型近似した流体系に線型系の理論を適用し、橋梁断面等に生じるねじり1自由度フラッタの発生機構を説明するのにストロフ方程式で表現した流体力(空力モーメント)を用いている⁽¹⁾。

ところで、上のようにフラッタの発生機構等を議論する場合には線型な流体力でこれ足りるが、フラッタ発生時にみられるリミットサイクル等について論じようとするには、流体系をさらに厳密に表現すること、すなわち非線型項まで考慮に入れることが必要である。周知のように、流体力は物体変位の汎関数として表わされるのであるから、このように非線型項まで考慮する場合には流体力は非常に複雑な非線型汎関数表示となり解析が困難である。筆者らは、ねじり1自由度フラッタが生じる物体の空力モーメントを、いまだ非線型汎関数を用いて表現しよう試みたが、解はあらかずの関数形を定めておくことが出来なかった。(か)付から、最近、流体系に対するある種の解析モデルが見出され、これを適用すれば非線型流体系の解析が比較的容易に進められることがわかった。本報告はこの解析モデルについて述べるものである。

又、線型な流体系について、

筆者らの研究⁽¹⁾によれば、ねじり1自由度弾力弾性系における線型な非常空力モーメント特性をストロフ方程式で表わした場合、その応答特性は Strouhal⁽²⁾ が提案した式で充分に近似できようである。

$$\bar{M}_m(\tau) = [-K_0 - K_1 e^{-\tau} - K_2 e^{-\tau^2}] Z_0 \quad (\tau \geq 0) \quad \dots (1)$$

$$\text{ここで、} \bar{M}_m(\tau) = \frac{M}{2\pi\rho\phi^2 V^2} \quad , \quad M: \text{単位長さごとの空力モーメント} \quad , \quad \rho: \text{空気密度} \quad , \quad \phi: \text{半径長} \quad , \quad V: \text{流速} \quad , \quad Z_0: \text{変位}$$

$$K_0, K_1, K_2 \quad (i=0,1,2, j=1,2): \text{定数} \quad , \quad \tau: \text{無次元時間} = Vx/\phi \quad , \quad t: \text{時間} \quad .$$

上式を Duhamel 積分すれば、任意の物体変位 $Z(\tau)$ に対する空力モーメント $M(\tau)$ が求まる。

$$M(\tau) = 2\pi\rho\phi^2 V^2 \int_0^\tau \bar{M}_m(\tau-\xi) \frac{dZ(\xi)}{d\xi} d\xi \quad \dots (2) \quad (\bar{M}_m(\tau) = \bar{M}_m(\tau)/Z_0)$$

ところで、(2)式が図-1に示すモデルの慣性力を表わすことは次のように

して簡単に示すことができる。変位 Z, x_1, x_2 と外力 f の間には

$$\begin{cases} -K_0 Z - K_1 x_1 - K_2 x_2 + f = 0 & \dots (3) \\ -K_1 x_1 + C_1 (Z' - x_1') = 0 & \dots (4) \\ -K_2 x_2 + C_2 (Z' - x_2') = 0 & \dots (5) \end{cases} \quad \text{ただし } Z' = \frac{dZ}{dt}$$

なる関係がある。(3)~(5)式の表現が次節で重要となる。(4),(5)式は、

$$x_i = e^{-\delta_i \tau} \int_0^\tau e^{\delta_i \xi} \cdot \frac{dZ(\xi)}{d\xi} d\xi \quad (i=1,2) \quad \dots (6)$$

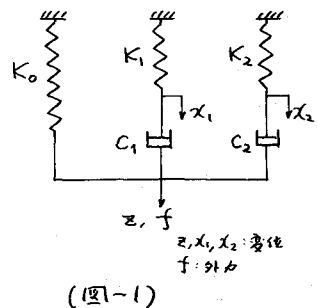
$$\text{ここで } \delta_i = K_i/C_i$$

を書け、これを(3)式に代入し、 $M(\tau)/2\pi\rho\phi^2 V^2 = -f$ とおけば(2)式を得る。但し、(4),(5)式において $Z(0)=0$ とした。さて、図-1の変位 Z が慣性力 $(-f)$ を与える物体変位と空力モーメントとをみ付けば、この場合の流体系は同図のモデルで表わされることもわかる。付加、(2)式を用いて系の周波数応答を求めると次式を得る。

$$C_m(\omega) = [Re(\omega) + i Im(\omega)] Z_0 e^{i\omega\tau} \quad \dots (7)$$

$$\text{ここで } Re(\omega) = -\sum_{j=0,1,2} K_j + \sum_{j=1,2} \frac{K_j \delta_j^2}{\omega^2 + \delta_j^2} \quad , \quad Im(\omega) = \sum_{j=1,2} -\frac{K_j \delta_j}{\omega^2 + \delta_j^2} \quad , \quad i: \text{虚数単位} \quad , \quad \omega: \text{円振動数}$$

$$\tau: \text{無次元振動数} = \frac{\omega\phi}{V}$$



以上の考察により、おじり1自由度弾性系の解析モデルは図2のように表わされ、これを式で示せば次のようになる。これを求めた。(I_a = C_s = 0 とした。)

$$Z'' + K_s Z = \frac{1}{\mu} \int_0^T \tilde{Q}_M(\tau - \xi) \frac{dZ(\xi)}{d\xi} d\xi \quad \dots (8)$$

ここで $\mu = \frac{Z_s}{2\pi\rho b^4}$, I_s : 単位長さあたりの慣性モーメント,

$$K_s = \omega_s^2 \mu, \quad \omega_s = \sqrt{K_s/I_s}, \quad K_s: \text{ばね定数}, \quad Z'' = \frac{d^2 Z}{d\tau^2}$$

ここで図1のステップ応答(8)式について考えてみよう。K_s, C_sがすべて正

の場合には、よく知られた粘弾性系の応答特性(慣性力の変化)を表わ

す(図-3.a)。このときの慣性力は(8)式により常に変位に対して位相逆位を有す。これに対して、おじり1自由度フラットな生じる物体における空力モーメントの変化は、同じにおいて K₀ > 0 or < 0; K₁, C₁ > 0; K₂, C₂ < 0 の場合である。その1例を図-3.bに示す⁽¹²⁾。このときの周波数応答を(8)式により計算すると、ある無次元振動数 $\bar{\omega}_{cr}$ (あるいは無次元風速 $\bar{V}_{cr} = \frac{\omega_{cr}}{\omega_s}$) よりも小さい(高い)領域において空力モーメントが物体変位に対して位相逆位となり、流体系は負減衰を示すことになる。この場合、(8)式を解けば $\bar{\omega}_{cr}$ においてフラットが発生する。

3. 非線形流体系について

実際の流体系は物体変位に対して非線形流体力を生じるので、系を表わす方程式は(3)~(5)式の代わりに次のように表わされる。

$$\begin{cases} -\hat{K}_0(Z) - \hat{K}_1(X_1) - \hat{K}_2(X_2) + f = 0 & \dots (9) \\ -\hat{K}_1(X_1) + \hat{C}_1(Z' - X_1') = 0 & \dots (10) \\ -\hat{K}_2(X_2) + \hat{C}_2(Z' - X_2') = 0 & \dots (11) \end{cases}$$

ここで $\hat{K}_0(Z)$ 等は互換の非線形関数を表わす。

いうまでもなく、(9)~(11)式における非線形項をすべて省略すれば

(3)~(5)式と一致する。 $\hat{K}_0(Z)$ 等がどのような関数であるかは現在計画中の実験結果を待たなければならぬが、以下にその関数

形状が定まれば、 $Z'' + K_s Z = -f$ を(9)式に代入してすぐ消去(これを(9)式とする)、(9)~(11)式を連立させてディジタルあるいはアナログ計算機により解を求めることは比較的容易である。この場合 K_s (図3, あるいは無次元風速 $\bar{V}$) がパラメータである。

なお、(9)~(11)式より X_1, X_2 を消去すれば非線形空力モーメントが得られるわけであるが、これは複雑な非線形関数関数になることが知られる。このようにわけで、(9)~(11)式に対する解析解は現在のところ存在していない。ただし、たとえば $\hat{C}_2(Z' - X_2')$ が線形で、 $\hat{K}_0$ が多項式で近似でき、(かも非線形性が弱い)場合には、空力モーメントを関数関数で表現することができ、また $\hat{K}_0$ の関数形状をフラット発生時に加える安定なリミットサイクルあるいは不安定なリミットサイクルの存在を判定を求める。このように解析解については、別機会に発表することにしたい。

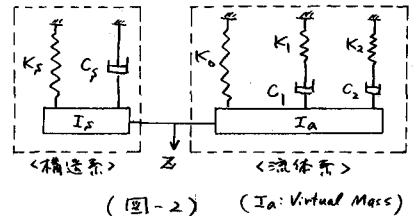
4. 結論

おじり1自由度弾性系における非線形流体系は、同じにおいて変位と慣性力とをそれぞれ流体系の物体変位とそれにより発生する空力モーメントに対する場合、同図モデルと等価である。但し、図における要素は非線形型系である。このときの空力モーメント M は(9)~(11)式において $M = -f$ とおくことに求められる。

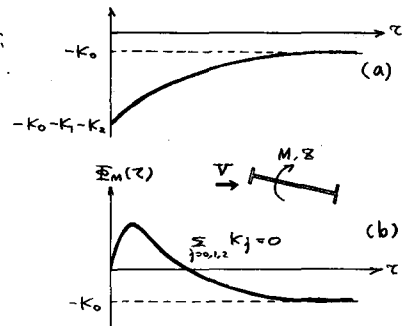
最後に、本研究を行うにあたり、九大土木の太田助教授ならぬに同系力研の岡島助教授に貴重な御助言をいただいたことに感謝し、謝意を表したい。

参考文献

- (1) 吉村 健, 中村 泰治, "吊橋断面の空力応答(第1報)", 55.10 土木学会年次学術講演会概要集
- (2) R.H. Scanlon and K.S. Budlong, "Inertial Aerodynamic Functions for Bridge Decks", Proc. ASCE, EM4, Aug. 1974



(図-2) (I_a: Virtual Mass)



(図-3)