

長崎大学工学部 正員 伊勢田哲也
〇期 棚橋由希
学生員 田村良一
小笠俊郎

1. まえがき 最近土質工学の諸問題に対し有限要素法を用いて解析される例が多い。本文は「FEM解析への入力データ」としての観点から、八面体面に表示した応力-ひずみ関係を評価しようとするものである。ただしここにいうFEM解析とは、いわゆる線形弾性論的解法による非線形有限要素法を意味する。

2. 八面体・応力-ひずみ関係式 従来土質材料の応力-ひずみ曲線は「軸試験では軸応力 σ と軸ひずみ ϵ_1 、3軸試験では軸差応力 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ と軸ひずみ ϵ_1 の整理が一般である。しかしこの整理では、応力は不変量であるがひずみ ϵ_1 は変量でないから、あくまで、ある特定方向に関しての材料の挙動を示すものであって、座標系が回転すればもはや何の情報も得られない。一方八面体応力-ひずみ成分 σ_{oct} , τ_{oct} , ϵ_{oct} , δ_{oct} は

$$\sigma_{oct} = J_1/3, \quad \tau_{oct} = \sqrt{2(I_1^2 - 3I_2)}^{1/2}/3, \quad \epsilon_{oct} = I_1/3, \quad \delta_{oct} = 2\sqrt{2(I_1^2 - 3I_2)}^{1/2}/3$$

と書けば不変量表示の応力-ひずみ成分に代わらない。(たゞって八面体応力-ひずみ関係式は一般には純粋3軸の状態にある土中の応力-ひずみを完全に記述することができる。このことはひずみに応力経路依存性の無い材料は八面体応力-ひずみ関係式でえ得られれば、均一応力系(例えば室内試験中の供試体)ならば、直接八面体応力ひずみ関係式をその応力系(またはひずみ系)の下で解くことによりその変形挙動が知れることを意味している。一方不均一応力の分布を示す「現場の問題」は直接八面体応力ひずみ関係式からは解かず、八面体FEM解析⁽¹⁾により解くこととができる。なぜならFEM解析の入力データとして必要な変形係数 K, G (or E, ν)と八面体応力ひずみ成分には $d\sigma_{oct} = K d\epsilon_{oct}$, $d\tau_{oct} = G d\delta_{oct}$ 関係があるからである。ここに $\epsilon_v = 3\epsilon_{oct}$ 。上に述べたことを確かめるため下に述べる根拠で、試料 豊浦標準砂(比重2.654)の等方圧縮試験と平均有効主応力一定試験を応力制御・排水条件で行ない、八面体応力ひずみ関係式を求め、側圧一定の条件から、側圧一定試験の $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_1$, $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_3$ の計算曲線を求め、側圧一定試験のデータと比較した。

3. 試験方法および得られた八面体応力ひずみ関係式 土質材料の最も一般的な構成則は八面体で表わすと

$$\epsilon_{oct} = f_1(\sigma_{oct}, \tau_{oct}, \tau), \quad \delta_{oct} = g_1(\sigma_{oct}, \tau_{oct}, \tau) \quad (1)$$

また $\tau=0$ 即ち面内水圧を消散した状態では有効応力にダッシュをつける

$$\epsilon_{oct} = f_2(\sigma_{oct}', \tau_{oct}) \quad , \quad \delta_{oct} = g_2(\sigma_{oct}', \tau_{oct}) \quad (2) \text{で与えられる。}$$

(2)式を増分関係で表わすと

$$\Delta \epsilon_{oct} = \frac{\partial f_1}{\partial \sigma_{oct}} \Delta \sigma_{oct}' + \frac{\partial f_1}{\partial \tau_{oct}} \Delta \tau_{oct} \quad (3-1)$$

$$\Delta \delta_{oct} = \frac{\partial g_1}{\partial \sigma_{oct}} \Delta \sigma_{oct}' + \frac{\partial g_1}{\partial \tau_{oct}} \Delta \tau_{oct} \quad (3-2) \text{ となる。}$$

(3-1)において右の σ_1 頂は圧密頂、 σ_2 頂は「ダイレタンシー」頂である。(3-2)において σ_1 頂は応力の静水圧成分によるせん断変形、 σ_2 頂は応力の偏差成分によるせん断変形である。上式よりわかるように等方圧縮試験からは軸ひずみ ϵ_1 さえ同時に観測できれば、 $\Delta \epsilon_{oct}=0$ だから「圧密頂」と静水圧成分によるせん断変形頂を得ることとができる。しかし後者はその実測は非常に難しいのでこの頂を考慮に入れることはできなかった。また平均主応力一定試験では $\Delta \tau_{oct}=0$ より「ダイレタンシー」頂とせん断変形頂を得ることとができる。

等方圧縮試験より得られた $\epsilon_{vc}-\tau_{oct}'$ 関係は Kondner の双曲線に近似でき

$$\epsilon_{vc} = \tau_{oct}' / (A \tau_{oct}' + B) \quad (4) \quad A = 0.6733 \quad B = 1.6089$$

平均有効主応力一定試験より $\sigma_{oct} - R_{oct}$ 関係も Kondorov の双曲線に近似できた。

$$R_{oct} = \sigma_{oct} / (C \sigma_{oct} + 1) \quad (5)$$

$$\therefore R_{oct} = T_{oct} / T_{oct}'$$

$$C = 1.2468 \quad D = 0.6096$$

ダイラタンシー項は次のように近似した

$$R_{oct} \leq 0.6443 \quad (\varepsilon_v)_d = 0$$

$$R_{oct} > 0.6443 \quad (\varepsilon_v)_d = E R_{oct} + F \quad (6)$$

$$E = -18.3666, F = 11.8335$$

$\varepsilon_v = (\varepsilon_v)_c + (\varepsilon_v)_d$ を仮定すると (4) (7) (6)

式より

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{3}(\varepsilon_v)_c + \frac{1}{3}(\varepsilon_v)_d + \frac{2}{3}\sigma_{oct} \quad (7)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{3}(\varepsilon_v)_c + \frac{1}{3}(\varepsilon_v)_d - \frac{2}{3}\sigma_{oct}$$

(7) 式が $\varepsilon_1, \varepsilon_3$ の計算式にある。

(7) 式の右辺1項は圧密, 2項はダイラタンシー項, 3項はせん断変形それぞれ $\varepsilon_1, \varepsilon_3$ に寄与する量であり定量的に把握できる。

4. 結果 および考察

図-1は

(7) 式に側圧一定 $\sigma_3 = \text{const}$ の条件を入れて計算して得た計算曲線とひずみ制御と応力制御の側圧一定試験結果をプロットした。計算結果と実験結果は一致しているとはいえない。しかし、応力制御の点の方がひずみ制御の点とくらべるとかなりよい。これは計算曲線が応力制御の試験から得たものだから当然といえよう。図-1の圧密頂点 $(\varepsilon_v)_c$ を無視すれば、図-2に示すように計算曲線と実験結果はよい一致を示す。図-3には、側圧 $\sigma_3 = 0.509, 1.019, 2.038 \text{ kg/cm}^2$ の3ケースにつき計算曲線を示す(圧密頂点無視)。

5. おとぎき 八面体応力ひずみ関係式

すなわち不変量表示の応力ひずみ関係式の利点を計算曲線と実験結果の比較により確認した。

参考文献: 1) 「2次元圧密のFEM解析」伊藤田 棚 裕 14, 昭和三十九年度土木学会西部支会講演要録集 (1975)

