VI－13

三次元圧密解析のための飽和粘土の力学定数について

西日本工業大学　正員　○安原一哉
九州大学 工学部　同　山内豊聡

1. はじめに

構造物載荷による地盤の変形解析は土の非線型応力・ヒズミ関係に基づくのが本来の姿であることはいうまでもない。しかし，明確な形でそれが規定されていない現在では，とくに破壊に至らない状態での変形は第一次近似として弾性解析が行なわれている。この場合，ポアソン比や弾性定数をいかに推定するかが重要な問題である。筆者らは異方圧密粘土の応力・ヒズミ関係を三軸圧密試験によってきめることを試みているが[1]，さらにこれまでの実験結果を上記の目的にそって整理し直し，破壊または降伏に至らない多次元圧密時における力学定数を求める方法を検討している。本文における提案法は弾性論的手法の域を出ないが，弾性・塑性両挙動の混在する領域において力学定数を定義しているので，その中に多少塑性的要因を考慮している。その意味では，"擬似弾性定数"とよぶ方が適当かも知れない。もちろん，このような問題には塑性論的考察を加味していくことが不可欠であり，いずれ別の機会に検討してみたいと考えている。

2. 弾性法則にもとづく力学定数の計算法について

いま弾性学的考察を行うに当って，異方圧密粘土を対象とするので，当然，弾性定数にも方向性を考慮しなければならないけれども，第一近似として実用上材料の異方性による力学定数の相異は余り顕著でないと仮定しよう。するとHookeの法則を適用して周知の

$$\sigma_{ij} = \lambda e_{\alpha\alpha}\delta_{ij} + 2Ge_{ij} \quad \text{or} \quad e_{ij} = \frac{1+\nu}{E}\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E}\sigma_{\alpha\alpha}\delta_{ij} \quad \text{-----------} \quad (2.1)$$

を用いることができる[2]。ここで，σ_{ij}, e_{ij}：応力およびヒズミテンソル，λ, G：Lameの定数，δ_{ij}：Kroneckerのデルタである。これから，軸対称応力状態における主ヒズミを有効主応力によって書き下せば，

$$\Delta\varepsilon_1 = \frac{1}{E'}(\Delta\sigma_1' - 2\nu'\Delta\sigma_3') \quad \text{-----------------} \quad (2.2)$$

$$\Delta\varepsilon_3 = \frac{1}{E'}\{\Delta\sigma_3' - \nu'(\Delta\sigma_3' + \Delta\sigma_1')\} \quad \text{-----------} \quad (2.3)$$

となる。′記号は有効応力によって定義していることを意味している。一次元圧密（K_0圧密）のとき $\Delta\varepsilon_3 = 0$ であるからこの条件を上式に考慮すれば，

$$\Delta\varepsilon_1 = (1+\nu')(1-2\nu')\Delta\sigma_1' / (1-\nu')E' \quad \text{--------} \quad (2.4)$$

となるので，従来通りの体積圧縮係数を m_v^{I} とすれば，次のようになる。

$$m_v^{I} = \Delta\varepsilon_1 / \Delta\sigma_1' = (1+\nu')(1-2\nu')/(1-\nu')E' \quad \text{---------} \quad (2.5)$$

ところが，一次元圧密においても応力は三次元であるので体積変化を生じせしめている応力は $\Delta\sigma_1'$ ではなく，$\frac{1}{3}(1+2K_0)\Delta\sigma_1'$ および $(1-K_0)\Delta\sigma_1'$ であるから，m_v^{I} を厳密に定義すれば次のようにならなければならない。

$$m_v^{I} = m_{v,p}^{I} + m_{v,s}^{I} = \Delta\varepsilon_{1,p} / \tfrac{1}{3}(1+2K_0)\Delta\sigma_1' + \Delta\varepsilon_{1,s} / (1-K_0)\Delta\sigma_1' \quad (2.6)$$

ここで，サフィクス p, s は一次圧密による成分，および二次圧密による成分であることを意味している。
次に，三軸圧密（三次元圧密）における体積圧縮係数 m_v^{III} は，上記のことを考慮すれば次のように表わせよう。

$$m_v^{III} = m_{v,p}^{III} + m_{v,s}^{III} = \frac{(\Delta V/V)_p}{\Delta\sigma_m} = 3(1-2\nu')/E' \quad (2.7)$$

いま，m_v^{I} と m_v^{III} の比，$m_v^{III}/m_v^{I} = m_v^{*}$ ------------------------ (2.8)

を定義して，式(2.5)と式(2.7)と式(2.8)より，E'，ν' を求めれば，

$$\nu' = \frac{3 - m_v^{*}}{m_v^{*} + 3}, \quad E' = \frac{9(m_v^{*} - 1)}{m_v^{III}(m_v^{*} + 3)} \quad \text{--------------} \quad (2.9)$$

また，セン断弾性率および非排水時の弾性係数は，次のようになる。

$$G = \frac{E'}{2(1+\nu')} = \frac{3(m_v^{*} - 1)}{4m_v^{III}}, \quad E_u = \frac{3E'}{2(1+\nu')} = \frac{9(m_v^{*} - 1)}{4m_v^{III}} \quad \text{------} \quad (2.10)$$

以上は弾性論を圧密問題に適用して弾性定数を体積圧縮係数によって表わした。これらのもつ意義は力学定数が時間依存すること

である。最後に以上から三次元圧密における圧密係数 c_v^{III} は次のようになる。[7]

$$c_v^{\mathrm{III}} = \frac{k}{m_v^{\mathrm{III}}\gamma_w} = \frac{kE'}{3\gamma_w(1-2\nu')} \qquad \text{-------------------} \qquad (2.11)$$

3. 三軸圧密試験に基づく力学定数の一推定法

筆者らは前述のような方法から非弾性効果(ここではダイレイタンシー)を考慮した力学定数を求められないので、三次元圧密解析のためには三軸圧密試験によるべきであることを提案している。[1),4)] それによると、三次元圧縮応力をうける土供試体の主ひずみは、等方成分(圧密)と偏差成分(ダイレイタンシーとせん断変形)を重ね合わせることによって得られ、前者は等方圧密試験、後者は平均有効主応力一定三軸圧密試験によって求められる。すなわち等方成分による主ひずみは周知の

$$\varepsilon_{j,c} = a_j\, v_c = a_j \cdot (C_c/(1+e_0)) \log_{10}(\sigma'_m/\sigma'_{m0}) \quad (j=1,2,3) \qquad \text{----------} \qquad (3.1)$$

ここで a_j は体積変化(圧密) v_c の各主ひずみ方向の配分率を示しており、$a_1+a_2+a_3=1$ であり、通常 $a_1=a_2=a_3=\frac{1}{3}$ を用いている。平均有効主応力一定試験における体積変化(ダイレイタンシー)とせん断変形はそれぞれ K_0 圧密後の応力比 $\eta_K=(\sigma_1-\sigma_{10})/\sigma'_{m0}$ によって、

$$v_d = f(\eta_K), \quad \gamma = g(\eta_K) \qquad (v_d:\text{ダイレイタンシー},\ \gamma:\text{せん断ひずみ}) \qquad \text{--------} \qquad (3.2)$$

のように表わされるので、軸対称圧縮応力下における最大・小主ひずみは次のように与えられる。

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{1,s} + \varepsilon_{1,c} = a_1 f(\eta_K) + g(\eta_K) + a_1 (C_c/(1+e_0)) \log_{10}(\sigma'_m/\sigma'_{m0}) \qquad \text{----------} \qquad (3.3)$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_{3,s} + \varepsilon_{3,c} = a_3 f(\eta_K) - \frac{1}{2} g(\eta_K) + a_3 (C_c/(1+e_0)) \log_{10}(\sigma'_m/\sigma'_{m0}) \qquad \text{---------} \qquad (3.4)$$

一例として、高塑性で軟弱な有機質粘土の一連の σ'_m 一定試験から、$f(\eta_K)$, $g(\eta_K)$ は次のように与えられている。[1),4),7)]

$$v_d = D_K\eta_K, \quad \gamma = A_K\eta_K^2 + B_K\eta_K \qquad \text{---------------} \qquad (3.5)$$

式(3.5)の第一式は柴田[6]によって与えられた等方圧密正規圧密粘土の結果と類似している。これらを式(3.3),(3.4)へ代入すれば、

$$\varepsilon_1 = a_1 (C_c/(1+e_0)) \log_{10}(\sigma'_m/\sigma'_{m0}) + a_1 D_K\eta_K + A_K\eta_K^2 + B_K\eta_K \qquad \text{-----------} \qquad (3.6)$$

$$\varepsilon_3 = a_3 (C_c/(1+e_0)) \log_{10}(\sigma'_m/\sigma'_{m0}) + a_3 D_K\eta_K - \frac{1}{2}(A_K\eta_K^2 + B_K\eta_K) \qquad \text{-------------} \qquad (3.7)$$

が得られる。これから、三軸圧密中のポアソン比 ν' は次のように与えられる。

$$\nu' = -\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} = -\frac{a_3 (C_c/(1+e_0)) \log_{10}(\sigma'_m/\sigma'_{m0}) + a_3 D_K\eta_K - \frac{1}{2}(A_K\eta_K^2 + B_K\eta_K)}{a_1 (C_c/(1+e_0)) \log_{10}(\sigma'_m/\sigma'_{m0}) + a_1 D_K\eta_K + A_K\eta_K^2 + B_K\eta_K} \qquad \text{-------} \qquad (3.8)$$

また、三軸圧密中の体積圧縮係数が求められているとき、上式を利用して弾性係数は次のようになる。

$$E' = \frac{3(1-2\nu')}{m_v^{\mathrm{III}}} = \frac{3}{m_v^{\mathrm{III}}} \cdot \frac{(a_1+2a_3)(C_c/(1+e_0)) \cdot \log_{10}(\sigma'_m/\sigma'_{m0}) + (a_1+2a_3)D_K\eta_K + \frac{1}{2}(A_K\eta_K^2 + B_K\eta_K)}{a_1 (C_c/(1+e_0)) \log_{10}(\sigma'_m/\sigma'_{m0}) + a_1 D_K\eta_K + A_K\eta_K^2 + B_K\eta_K} \qquad (3.9)$$

以上の計算式が実験結果をどの程度説明しうるかは紙面の都合上別途まとめて報告したいと考えている。

4. あとがき

三次元圧密解析のために必要な弾性定数を弾性・塑性が混在する領域まで拡張して求める簡便法を i) 弾性論による方法, ii) 三軸圧密試験にもとづく方法 に分けて検討してみた。今後有限要素法などの解析に利用することを考えている。

引用文献

1) 安原・山内：異方圧密粘土の三軸圧密における変形特性, 土木学会論文報告集(投稿中), 2) Y.C.ファン著：連続体の力学入門, 培風館, pp.148, 3) Davis, E.H. and H.G. Poulos (1963): Triaxial Testing and Three-dimensional Settlement Analyses, Proc. 4th Aust.-N.Z. Conf on SMFE, pp.233-243. 4) 安原・山内(1974)：三軸圧密試験結果の解釈と利用について, 第19回土質工学シンポジウム論文集, pp.103-106. 5) 吉国 洋(1974)：三軸圧密試験法について, 同, pp.29-36. 6) 柴田(1963)：粘土のダイレイタンシーについて, 京大防災研年報, 第6号, pp.128-134., 7) 安原：三軸圧密における飽和粘土の応力・ひずみ関係について, 西日本工業大学紀要, Vol.5 (投稿中)