

長崎大学工学部 正員・落合英俊

同

長田博文

同

兒玉秀昭

1. はじめに せん断面(ゾーン)を指定した直接せん断型のせん断試験では主軸が回転する。さらには水平方向の土質の増分が常にゼロであるため、せん断箱内の平面土質要素の方向が支配され、その結果、要素内の限界スベリ面は一般に水平面と一致せず、水平面上の応力比  $\tau/\sigma_v$  は破壊を支配する平面土質要素内の限界スベリ面での応力比  $(\tau/\sigma_v)_{max}$  よりも小さくなる。本文では直接せん断型のせん断試験での主応力軸の回転に関する小田・小高<sup>2)</sup>の式  $\tau/\sigma_v = k \cdot \tan \psi$  : (1) を用いて主応力内を作用し、せん断条件での応力の最大傾角面はどの方向になるかとし、Cole<sup>3)</sup>の詳細な実験結果と比較を目的とした。さらにはこの定数  $k$  の意味を検討し、砂子の摩擦角  $\phi$  との関係、応力の最大傾角  $(\tan \phi_m = (\tau/\sigma_v)_{max})$  との関係について検討した。

2. 小田・小高の式と主-応力内 水平面上の応力  $\sigma_v$  とする。この  $\psi$  = 最大主応力軸と鉛直軸のなす角 = 最大主応力面と水平面のなす角であるので、最大主応力  $\sigma_1$  と  $\sigma_3$ 、Pole の座標は  $(\sigma_1 - k\sigma_v, \tau)$  とする。 $(\sigma_v, \tau)$ ,  $(\sigma_1, 0)$ ,  $(\sigma_1 - k\sigma_v, \tau)$  の3軸上を平均した主-応力内上下方向は  $\psi$  は  $\psi = 45^\circ - \psi$  の条件より、 $\sigma_1 = (\tau + k\sigma_v) / k \tan \psi$ ,  $\sigma_3 = (1 - k)\sigma_v$ , Pole の座標 =  $[(\tau + k(1 - k)\sigma_v^2)] / k \sigma_v$  とする。それゆえ、最小主応力  $\sigma_3$  は  $\sigma_1$  と無関係に  $\sigma_v$  のみから、 $\tau$  - 剪断力決定され、垂直応力  $\sigma_v$  一定でせん断応力  $\tau$  を増加させる通常の直接せん断型のせん断試験での主-応力内、Pole および最大主応力軸の方向  $\psi$  は  $\psi = 45^\circ - \psi$  となる。

3. 応力の最大傾角面  $(\tau/\sigma_v)_{max}$  面 水平面と  $(\tau/\sigma_v)_{max}$  面とのなす角  $\omega$  とすべし、図-2の幾何学的関係より、 $\omega = 45^\circ + (\phi_m/2) - \psi$  : (2) ここで  $\phi_m$  は応力の最大傾角である。また、 $\sin \phi_m = (\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 + \sigma_3) = [(\tau/\sigma_v) + k] / [(\tau/\sigma_v) + k(2 - k)] = [\tan^2 \psi + k^2] / [\tan^2 \psi + k(2 - k)]$  : (3) ここで  $\psi$  は水平面上の応力の傾角  $\tan \psi = \tau/\sigma_v$  である。(1)~(3)式より、各応力状態における応力の最大傾角面  $\phi_m$  と  $\psi$  と、これを求める。また、応力の最大傾角面と最大主応力軸のなす角  $\alpha = 90^\circ - \psi - \omega = 45^\circ - (\phi_m/2)$  : (4) とする。

4. 最大せん断応力面  $(\tau_{max})$  面 水平面と  $\tau_{max}$  面とのなす角  $\beta$  とすべし、図-2より  $\beta = 45^\circ - \psi$  : (5) 式より明らかになるが  $\psi = 45^\circ$  ( $\tan \psi = 1$ ) のとき  $\beta = 0$  とする。すなわち  $\tau_{max}$  面と水平面が一致するときの水平面上の応力比  $(\tau/\sigma_v)_{\beta=0}$  は  $\psi$  の定数  $k$  に等しくなる。図-3の  $k = 0.574$  とした場合の応力変化に伴う  $\psi, \omega, \beta, \alpha, \phi_m, \phi$  の変化を示す。図-4は Cole<sup>3)</sup>の Leighton Buzzard Sand (L.B. Sand) の実験結果と比較で、よく一致している。なお、小田らは L.B. Sand に対して  $k = 0.58$  としているが、どうしてこの値を求めたのか不明である。L.B. Sand に対して  $k = 0.574$  という値を用いた理由は次に述べる。

5. 定数  $k$  について (1)式で定数  $k$  は材料定数と説明されているが、どのような材料定数と意味してはいるのか、またどのようにして定数  $k$  の不明な  $k$  を求めているか。次に述べるように定数  $k$  は  $\beta = 0$  とするときの水平面上の応力比である。  $k = (\tau/\sigma_v)_{\beta=0}$ 。また  $\beta = 0$  のとき  $k = (\tau/\sigma_v)_{\beta=0} = [(\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 + \sigma_3)]_{\beta=0} = \sin \phi_{m, \beta=0}$  : (6) とすると Schafjeeld & Wroth<sup>4)</sup> は "Critical State における砂の挙動は von Mises タイプの破壊状態に支配される" ことを示している。直接せん断型のせん断試験では、平面土質条件が満足されるので、Bishop<sup>5)</sup>と同様に Critical State において  $\sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3) / 2$  とすべし、von Mises の破壊状態は最大せん断応力状態と同義となる。それゆえ、直接せん断型のせん断試験における Critical State での砂の挙動は近似的に最大せん断応力状態と等しいと仮定される。したがって、 $\beta = 0$  のときの応力  $\tau$  の最大傾角  $\phi_m$  は Critical State での摩擦角  $\phi$  と等しいと仮定される。  $\phi_{m, \beta=0} = \phi_v$  : (7), (8) 式より  $k = \sin \phi_v$  : (8), Cole<sup>3)</sup>は L.B. Sand に対して  $\sin \phi_v = 0.574$  という実験結果を示している。図-5, 表-1の  $k = 0.574$  とした以上の理由によるものがあり、実験結果とよく一致している。なお、Cole<sup>3)</sup>は最大せん断応力面と水平面が一致するという仮定は必ずしも材料の性質に必要であるが、各材料をそれぞれ  $k$  とし  $k$  と報告している。これは各材料では、より正確な

力の $\sigma$  -  $\tau$  平面上の Critical state 到達時の応力対、砂子材料の場合に  $\sigma$  -  $\tau$  平面上の Critical state 到達した瞬間の進行方向を示すことと解釈され、このことから  $\phi$  が  $\phi_{cr}$  に関係した定数であることがわかる。

**6. 粒子間摩擦角  $\phi$  との関係** 材料の基本的な摩擦角と見られる粒子間摩擦角  $\phi$  は他の摩擦角とどのように関係しているかを知ることは初状態の加算において重要な問題である。直接に断層型のせん断試験で垂直応力  $\sigma$  のみを用いると  $\sigma_v = \sigma$ ,  $\sigma_h = (1-k)\sigma$ 。このとき側方変位がゼロの状態(静止土圧状態)を主応力差  $\sigma_1 - \sigma_3 = k\sigma$  が主とし、ある摩擦角  $\phi_m, \psi = 0$  が発現する。この  $\sigma$  は  $\sigma$  の静止土圧係数  $k$  は本質的に粒子間摩擦角  $\phi$  と関係していることと見られるので、この摩擦角  $\phi_m, \psi = 0$  は  $\phi$  に等しいと見られる。よって(3)式において、 $\tau/\sigma = 0$  のときの  $\phi_m$  と  $\phi$  との関係は  $\sin \phi_m = k/(1-k)$  (19) であり、 $k = 2 \sin \phi_m / (1 + \sin \phi_m)$  (20)。 $k$  と  $\phi$  との関係は  $\phi$  と  $\phi_m$  の関係として、 $\sin \phi_m = 2 \sin \phi / (1 + \sin \phi)$  (21)。 $\phi$  と  $\phi_m$  の関係として  $\phi$  の Casagut, Bishop の式がある。Casagut:  $\tan \phi_m = \frac{2}{3} \tan \phi$  (22), Bishop:  $\sin \phi_m = 15 \tan \phi / (10 + 3 \tan \phi)$  (三軸圧縮) (23),  $\sin \phi_m = \frac{3}{2} \tan \phi$  (平面圧縮) (24)。図-5 はこれらの式を示したものであり、ここから(21)式は Casagut の理論式と約1°程度の差を伴ってよく一致することは興味深い。

**7. 応力の最大傾角  $\phi_m$  との関係**  $\phi$  と水平面上の応力の傾角  $\phi$  との関係(2)式と図-6 に示す  $\phi$  と  $\phi_m$  の差はせん断の進行とともに  $\phi$  が等しい値から徐々に減り落ちる。そのため、同一材料の場合、初期傾角が大きくなるにつれて、破壊時における  $\phi$  と  $\phi_m$  の差が大きくなり、Cole の実験結果とも一致する。図-7 は  $\phi_m$  と  $\phi$  との関係を示している。この式から明らかになるように  $k \leq 0.5$ 、 $\phi > 30^\circ$  の材料では  $\phi_m$  と  $\phi$  とはほぼ一致する。つまり、 $\phi_m > 30^\circ$  の材料ではせん断の進行方向に  $\phi$  と  $\phi_m$  は一致する。一般にこの仮定は妥当である(通常の初状態材料では  $\phi_m > 30^\circ$  と見られる)。

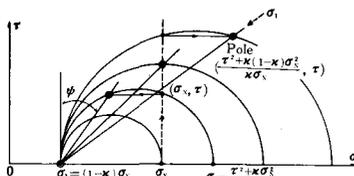


図-1. (1)式によるモールの応力円 ( $\sigma_m$  - 定,  $\tau$ : 増加)

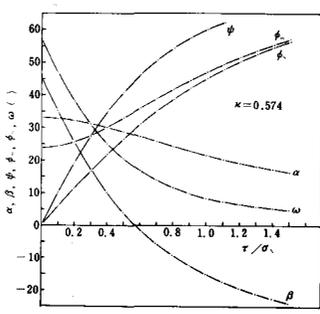


図-3. 応力変化に伴う  $\phi, \beta, \phi_m$  の関係

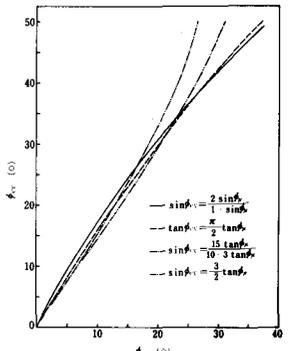


図-5.  $\phi_m$  と  $\phi$  の関係

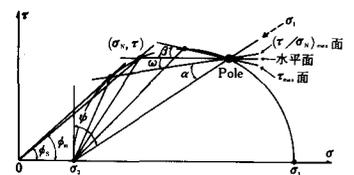


図-2. 応力の最大傾角  $\phi_m$  の定義

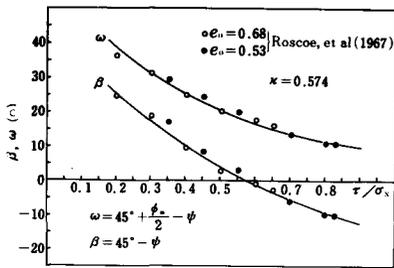


図-4. Roscoe の実験結果との比較

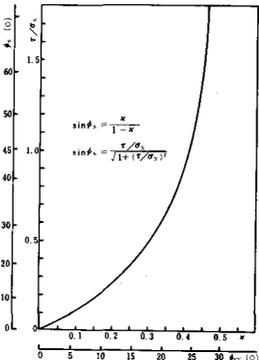


図-7.  $\omega = 0$  ( $\phi_m = \phi$ ) の時の  $\phi_m$  と  $\phi$  の関係

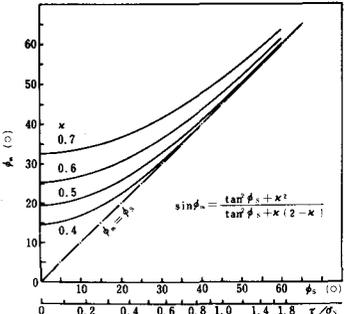


図-6.  $\phi_m$  と  $\phi$  の関係