

九 大 正 貞 平 野 宗 夫
 “ 正 貞 〇 金 子 新
 “ 学 生 貞 式 正 治

1. まえがき

漸拡流における流速分布は、古くから *diffuser flow* として研究され、一様水路における流速分布と著しく異なることが知られている¹⁾。

本報では、貯水池等でみられる開水路漸拡流を二次元的に解析し、 Fr (フルード数) $\ll 1$ のとき開水路と同じく流速分布が *Similarity* をもち²⁾ Jet や Plume と同様の解析ができることを示し、あわせて実測値と比較している。

2. 解析

図-1 に示すように河床に沿って x 軸、それに鉛直上向きに y 軸をとる。 x, y 軸方向の流速をそれぞれ u, v とする。

圧力に静水圧分布を仮定すれば、2次元運動方程式は

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g \left(l_b - \frac{dy}{dx} \right) + \frac{\partial}{\partial y} (E_x \frac{\partial u}{\partial y}) \quad (1)$$

$$\text{ただし、} P = \rho g (h - y) \quad (2)$$

h : 水深

l_b : 河床勾配

E_x : 渦動粘性係数

となり、連続の式は

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

となる。

ここで、流関数を次式のように与える。

$$\psi(x, y) = g \cdot \varphi(\eta) \quad (4)$$

ただし、 g : 単位幅流量 $\eta = y/h$

(4)を(1)に代入すれば、

$$\frac{1}{g} \frac{d}{d\eta} \left(E_x \frac{d^2 \varphi}{d\eta^2} \right) + \frac{dh}{dx} \left(\frac{d\varphi}{d\eta} \right)^2 = - \frac{1}{Fr} \left(l_b - \frac{dh}{dx} \right) \quad (5)$$

を得る。ただし、 $Fr = \frac{u_m^2}{gh} = \frac{u_m^2}{g/h}$ 、 $u_m = g/h$

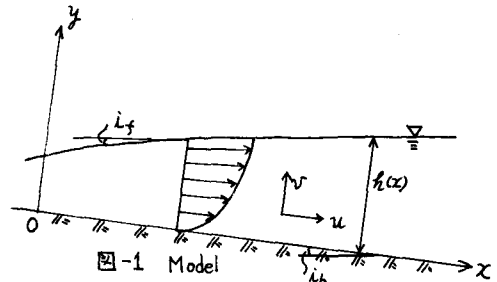


図-1 Model

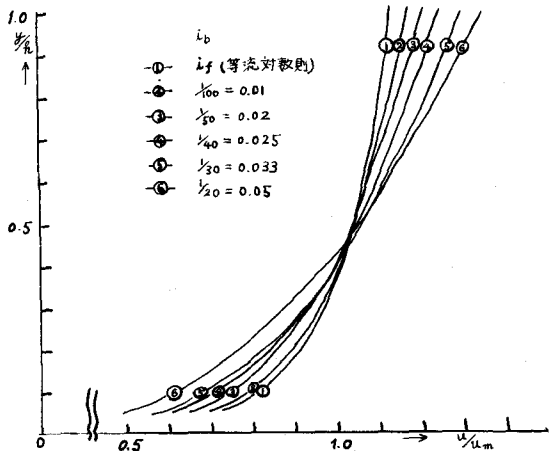


図-2

ところで、平均流速に対しては次のような不等式の式が成立する。

$$\alpha \cdot \frac{d}{dx} \left(\frac{U_m^2}{2g} \right) + \frac{dh}{dx} - i_b + i_e = 0 \quad (6)$$

ただし、 i_e : energy 勾配

α : 流速分布形により決まる定数

$$(6) \text{より} \quad \frac{dh}{dx} = (i_b - i_e) / (1 - \alpha \cdot Fr^2) \quad (7)$$

を得る。

$$\text{また、} i_e = \frac{U_*^2}{g h} = \frac{U_m^2}{g h} \left(\frac{U_*}{U_m} \right)^2 = Fr^2 \cdot i_c \quad (8)$$

$$\text{ただし、} U_* : \text{摩擦速度} \quad i_c = \left(\frac{U_*}{U_m} \right)^2$$

とすれば、(7)に代入して

$$\frac{dh}{dx} = (i_b - Fr^2 \cdot i_c) / (1 - \alpha \cdot Fr^2) \quad (9)$$

を得る。(9)を(5)に代入すれば次式を得る。

$$\frac{1}{g} \frac{d}{d\eta} \left(E_* \frac{d\rho}{d\eta} \right) + \frac{i_b - Fr^2 \cdot i_c}{1 - \beta \cdot Fr^2} \rho^2 = \frac{\alpha i_b - i_c}{1 - \beta \cdot Fr^2} \quad (10)$$

ただし、 $\rho = \frac{dy}{d\eta}$

$Fr \ll 1$ のときは

$$\frac{1}{g} \frac{d}{d\eta} \left(E_* \frac{d\rho}{d\eta} \right) + i_b \cdot \rho^2 = \alpha \cdot i_b - i_c \quad (11)$$

となる。ここで、渦動粘性係数を2種仮定してみる。

a) $E_m = K^2 y^2 (1 - \frac{y}{h})^2 \frac{\partial U}{\partial y}$ の時 (K : Kármán定数)

$$K^2 \frac{d}{d\eta} \left\{ \eta^2 (1 - \eta) \left(\frac{d\rho}{d\eta} \right)^2 \right\} + i_b \cdot \rho^2 = \alpha \cdot i_b - i_c \quad (12)$$

b) $E_m = \lambda \cdot U_m h = \lambda \cdot g$ の時 (λ : 定数)

$$\lambda \cdot \frac{d\rho}{d\eta} + i_b \cdot \rho^2 = \alpha \cdot i_b - i_c \quad (13)$$

$i_c = \left(\frac{U_*}{U_m} \right)^2$ をx方向に一定とすれば similarity が成

立することを示す。

図-2に、種々の i_b に対して $K=0.4$ として数値計算した結果を示している。

図-3、図-4に、別に長さ 10^m 、幅 40^m の可変勾配水路を用いて実測した結果と、(12) (13) による数値計算の結果をそれぞれ $i_b = 1/40$ 、 $1/100$ について比較している。

図より $i_b = 1/40$ の時 $1/100$ とは逆にむしろ $E_m = \lambda \cdot U_m h$ ($\lambda = 0.0075$) と仮定した方が実測値をよく説明できる。ところで、H. Reichardt³⁾は、free jet について次式のような渦動粘性係数を与えている

$$E_* = 0.037 \cdot b_{1/2} \cdot U \quad (14)$$

ただし、 $b_{1/2}$: jet の half width U : Maximum Velocity

即ち、 $i_b = 1/40$ 程度の開水路漸拡流における渦動粘性係数は、壁面のすぐ近くを除けば、ほぼ水深方向に一定と考えられるが、壁面の存在のために free jet とは著しく異なる。

参考文献

1) F. Donch "Divergente und Konvergente Turbulente Strömung mit kleinen Öffnungswinkeln"

Forschungsarbeiten des hereines Deutscher Ingenieure 1929 Heft 289

2) A. A. Townsend "Equilibrium Layers and Wall Turbulence" Jour of Fluid Mech Vol 11 1961年 P.97

3) H. Schlichting "Boundary layer theory" 6th Edition 1968年 P.698

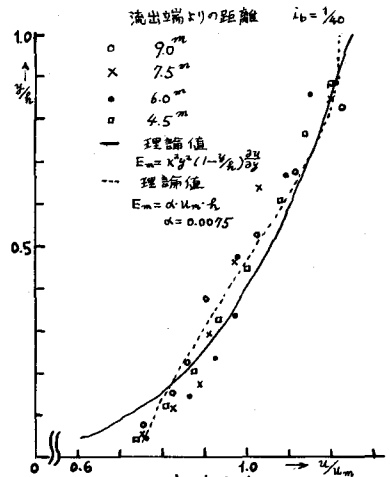


図-3 流速分布

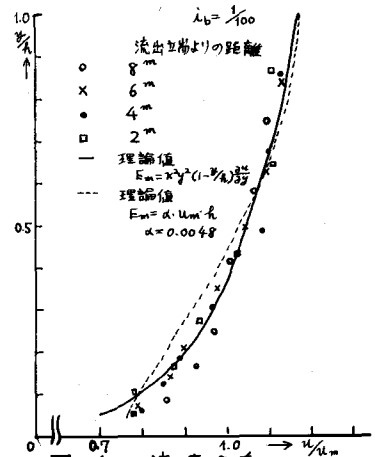


図-4 流速分布