

九州大学工学部 正員 栗谷陽一
九州工業大学 正員 〇藤崎一裕

I. まえがき

傾斜板による沈降促進効果は、いわゆるBoycott効果にヒントを与えたもので、現在その有効性が認められ、広く利用されている。しかし、この傾斜板沈殿池の設計においては、池内の流れは通常押し流れとして取り扱われ^{1,2)}池内の流れの状況と十分に考慮した手法は用いられていない。一方、傾斜板間の清澄部とけん濁部との密度差にもとづく流れが、沈降分離効果に影響を与えることは、早くから指摘されていたが、このことについては、現在まであまり調べられていなく、実測値にもとづく考察から、沈降除去に及ぼす池内の密度流の影響が大きいという報告³⁾がみられる段階である。

筆者らは、池内の密度流解明の第一段階として、現象を表わす理論式を導き、この種の密度流の発生機構について、より細かい検討を試みた。すなわち、傾斜板間の清澄部とけん濁部との界面の変化および密度流の流速分布等をえられた式から求め、同時にパッチテストによる実測値と比較し、若干の考察を行なった。

II. 基本式

粒子の水に対する相対運動は、加速度および粒度分布の影響を無視して、一定の沈降速度のみをもつものとする。図1のように座標軸ととり、密度流による y 方向の流れは、 x 方向(傾斜方向)の流れに比べて無視できるものとして、 x 方向のみについて考える。また、沈降した粒子が下側の傾斜板上をすり落ちる影響は考慮しないこととする。このとき流体の運動方程式は

$$\rho_f \frac{\partial u}{\partial t} = (\rho_s - \rho_f)(1 - \varepsilon)g \sin \theta - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

ここで $\rho' = \rho - \rho_f x \sin \theta$ とする

$$y > d - h \text{ では } \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} + (\rho_s - \rho_f)(1 - \varepsilon)g \cos \theta \frac{dh}{dx}$$

$$y < d - h \text{ では } \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x}$$

ただし、 u : 密度流の流速(x 方向)、 t : 時間、 ρ_s , ρ_f はそれぞれ

粒子および流体の密度、 ε : 空隙率、 g : 重力加速度、 p : 圧力、 μ :

流体の粘性係数、 θ : 傾斜板と水平軸とのなす角である。(1)式の

右辺第1項は密度流の発生に直接関与する項である。また $\rho_f \frac{\partial u}{\partial x}$, $\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ の項は他の項に比べて無視できるものとして省略した。(1)式の初期条件(I.C.)および境界条件(B.C.)は

$$\text{I.C. } t = 0; \quad 0 \leq y \leq d \text{ において } u = 0, \quad \varepsilon = \varepsilon_0 \quad (2)$$

$$\text{B.C. } t > 0; \quad y = 0, \quad y = d \text{ において } u = 0 \quad (3)$$

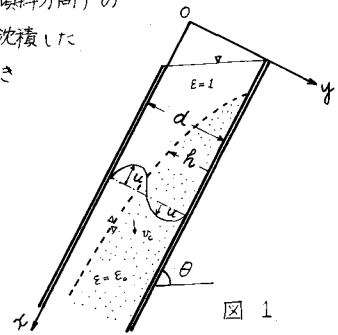
紙面に垂直な流れ(横向流)の場合を考え、 x 方向にはけん濁部の流れがないものとする、

$$t > 0; \quad 0 \leq y \leq d \text{ において } \frac{1}{d} \int_0^d u \, dy = 0 \quad (4)$$

ここで、 d : 傾斜板間の距離、 ε_0 : 初期空隙率である。

底面から界面までの高さをとると、粒子はすべて均一と仮定しているから、

$$\left. \begin{array}{ll} 0 \leq y < d - h & \text{において} \quad \varepsilon = 1 \\ d - h \leq y \leq d & \text{において} \quad \varepsilon = \varepsilon_0 \end{array} \right\} \quad (5)$$



一方、界面の高さの変化は界面下の粒子の物質保存の関係から次式で表わされる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left\{ (u_{sm} + v_c \sin \theta) \cdot h \right\} - v_c \cos \theta \quad (6)$$

ここで $u_{sm} = \frac{1}{h} \int_{d-h}^d u dy$

v_c は粒子の沈降速度である。(6) 式の初期および境界条件としては (7) 式を用いた。

$$I.C. \quad t=0, \quad x>0 \quad \text{において} \quad h=d, \quad B.C. \quad t>0, \quad x \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad dh/dx \rightarrow 0 \quad (7)$$

(7) 式の初期条件は界面の上端部の形状には誤差を生じるが、除去効果に及ぼす影響は少ないと考えられる。

(1), (6) 式を以下の無次元量により無次元表示すると

$$R = V_r d / \nu, \quad \bar{v}_c = v_c / V_r, \quad \bar{u} = u / V_r, \quad \bar{t} = t / (d / V_r), \quad \bar{P} = P / (\rho_f G d), \quad \bar{x} = x / d, \\ \bar{y} = y / d, \quad \bar{h} = h / d, \quad \bar{u}_{sm} = u_{sm} / V_r, \quad \text{ここで} \quad G = (\rho_s / \rho_f - 1)(1 - \epsilon) g \sin \theta, \quad V_r = G d^2 / \nu, \quad \nu = \mu / \rho_f$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} = \frac{1}{R} \left(1 - \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \right) \quad (8) \quad \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{t}} = -\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left\{ (\bar{u}_{sm} + \bar{v}_c \sin \theta) \bar{h} \right\} - \bar{v}_c \cos \theta \quad (9)$$

(8), (9) 式がこの場合の基本式であり、これらの式を与えられた条件のもとに解くことにより、傾斜板内の密度流を解析することができる。なお (8), (9) 式は厳密には $R, \bar{v}_c, \theta$ を組み合わせると 2 個の無次元パラメータによる式に変形されるが、ここでは簡便のために上式を用いる。

III. 計算および実験結果

数値計算では、(8), (9) 式を差分表示し、(4) 式の条件を満足するよう $d\bar{P}/d\bar{x}$ について逐次近似を行なって、 $\bar{u}$ および $\bar{h}$ を求めた。実験は、断面 $2 \times 4 \text{ cm}$ の角形沈降管を傾斜させて、色素および氷素気泡を用いて密度流を測定した。図 2 および図 3 は実測値と計算値とを比較したもので、グリセリンの水溶液 ($\rho_f = 1.04 \text{ g/cm}^3$, $\mu = 0.018 \text{ g/cm} \cdot \text{s}$) にステロールヒーズ ($\rho_s = 1.043 \text{ g/cm}^3$, 直径 0.102 cm) とけん濁させた場合 ($\epsilon_s = 0.998$, $d = 4 \text{ cm}$, $\theta = 60^\circ$) である。

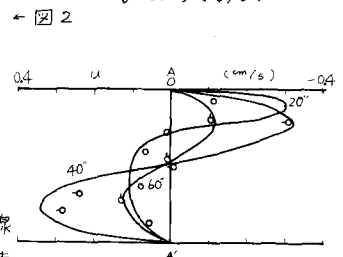
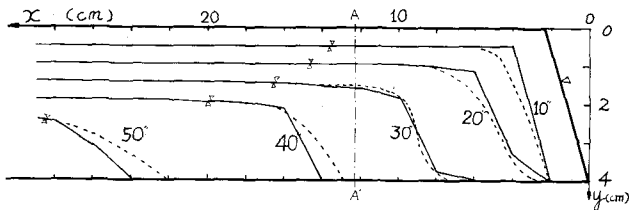
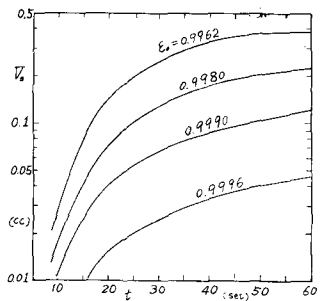


図 2 および図 3 は、それぞれ界面または密度流の変化の様子を示す。実線が計算値で、図 2 の破線と、図 3 にプロットした点が実測値を示す。実測値と計算値は比較的良好に一致しており、測定の精度を考慮すると、本報で示した理論式は、現象の解明に十分利用できるといえる。

図 4 は、空隙率 ϵ を変えて (他の条件は実験の場合と同じ)、傾斜板の下端 ($x=50 \text{ cm}$) から、密度流によって運び出される固体の体積と時間との関連を調べたもので、横向往式傾斜板の除去効果の検討等に利用できる。

現象とさらに詳しく調べる場合には、本報では一応除外した沈降粒子群のすり落ちの影響も予想される。今後は、この問題についても検討を進める予定である。



参考文献

- 1) 内藤, 善隆: 傾斜板沈降池の除去効果, 水道協会雑誌, 4105, (1968), p. 18
- 2) 丹保, 庄司: 傾斜板沈降池の水理, 27 回年次講演会 概要集, (1972) p. 497
- 3) 宇野: 傾斜板式沈降槽について, 野田応用化学会報, Vol. 29, No. 74, p. 72