

九州大学 正員 井島 武士
 " 学生員 〇浅田 達
 " 百武 剛

1. 概要 本論文は任意形状柱状体が海面近くに固定されている時の波の散乱と柱状体に作用する流体力を Green 函数を用いて 3 次元問題に拡張したものである。この解析法は水面の海洋構造物に関する工学的問題の解明や浮遊物体の運動の解析等に応用できる。前論文⁽¹⁾(土木学会論文報告集)に詳しく述べられているので、それを参照されたい。ここでは実験値と理論値を比較するために、水路壁についても考慮したので要するところを主に述べ、記号等の説明を省略した。

2. 理論 座標を Fig. 1. のようにとり x 軸正方向から一定周期波数の入射波が一定水深 h の水域に入ってくるとする。吃水 gh ($0 \leq g \leq 1$)。柱状体の $x-y$ 平面内の断面の境界を D 、水路壁 $\pi 1, \pi 3$ 、仮想水路壁 $\pi 2, \pi 4$ とする。

流体域を D の外域 I と内域 II に分け、流体運動を非圧縮性完全流体の無渦運動とすると、速度ポテンシャルは各々 $\phi e^{-i\omega t}$ の形をとり、次の Laplace の式を満足する。

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial z^2} = 0 \quad (I \text{ で } i=1, II \text{ で } i=2) \quad (1)$$

微小振幅運動を仮定すると、静水面と水底の境界条件より (1) 式の一般解は次のようになり、更に次の Helmholtz の式を満足する。

$$I: \phi_1(x, y, z) = \frac{g\omega}{k} \left[f_0(x, y) + f_1(x, y) \right] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(x, y) \frac{\cosh k_n(z+h)}{\cosh k_n h} \quad (2)$$

$$II: \phi_2(x, y, z) = \frac{g\omega}{k} \left[\phi_0(x, y) + \sum_{s=1}^{\infty} \phi_s(x, y) \cos \delta_s(z+gh) \right] \quad (3)$$

$$I: \partial^2 f_0 / \partial x^2 + \partial^2 f_0 / \partial y^2 + k^2 f_0 = 0, \quad \partial^2 f_2^{(n)} / \partial x^2 + \partial^2 f_2^{(n)} / \partial y^2 - k_n^2 f_2^{(n)} = 0 \quad (4)$$

$$II: \partial^2 \phi_0 / \partial x^2 + \partial^2 \phi_0 / \partial y^2 = 0, \quad \partial^2 \phi_s / \partial x^2 + \partial^2 \phi_s / \partial y^2 - \delta_s^2 \phi_s = 0 \quad (5)$$

境界面 D における力学的条件として mass flux & energy flux の連続より (2), (3) 式の函数の直交性から

$$I: f_{10} = \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{N_0 \sinh \lambda_0} \left[\bar{\phi}_{00} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{1 + (S\pi/\bar{\lambda}_0)^2} \bar{\phi}_{s0} \right] - \bar{f}_{00} \quad (6)$$

$$f_{20}^{(n)} = \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{N_n \sin \lambda_n} \left[\bar{\phi}_{00} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{1 - (S\pi/\bar{\lambda}_n)^2} \bar{\phi}_{s0} \right] \quad (7)$$

$$II: \phi_{00} = \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} \left[f_{00} + f_{10} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\bar{\lambda}_n \cosh \lambda_n} f_{20}^{(n)} \quad (8)$$

$$\frac{1}{z} \phi_{00} = \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} \frac{1}{1 + (S\pi/\bar{\lambda}_0)^2} \left[f_{00} + f_{10} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\bar{\lambda}_n \cosh \lambda_n} \frac{1}{1 - (S\pi/\bar{\lambda}_n)^2} f_{20}^{(n)} \quad (9)$$

次に $r=0$ で $\log r$ の order の特異性を持つ (4), (5) 式の特解は Green 函数を利用して積分方程式として得られるのでこれを差分化し、matrix 化すると (積分は反時計回りに法線方向の微分値に $-(bar)$ をつける)

$$I: \{f_i(\xi_j, \eta_j)\} = \{I_{ij} + \bar{A}_{ij}\} \{A_{ij}\} \{f_j(\xi_j, \eta_j)\}, \quad \{f_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j)\} = \{I_{ij} + \bar{B}_{ij}\}^{-1} \{B_{ij}\} \{f_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j)\} \quad (10)$$

$$II: \{\phi_i(\xi_j, \eta_j)\} = \{E_{ij}\}^{-1} \{E_{ij} - I_{ij}\} \{\phi_j(\xi_j, \eta_j)\}, \quad \{\phi_s(\xi_j, \eta_j)\} = \{F_{ij}^{(s)}\}^{-1} \{F_{ij}^{(s)} - I_{ij}\} \{\phi_s(\xi_j, \eta_j)\} \quad (11)$$

但し I_{ij} は単位行列である。

ここで水路壁の境界条件として

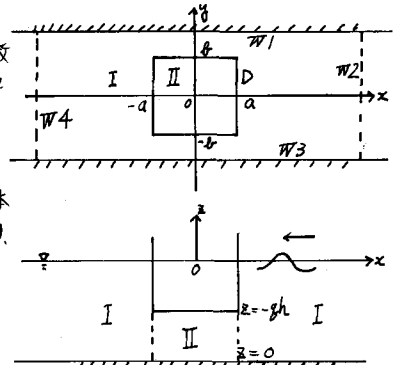


Fig. 1 Definition Sketch

$$W1, W3 \text{ 上で } \partial \Phi / \partial W = 0, \quad W2, W4 \text{ 上で } \Phi_1 = f_0^{(2)}$$

函数の直交性を利用して

$$\bar{f}_{1W1} = -\bar{f}_{0W1}, \quad \bar{f}_{2W1}^{(N)} = 0, \quad \bar{f}_{1W3} = -\bar{f}_{0W3}, \quad \bar{f}_{2W3}^{(N)} = 0, \quad f_{1W2} = f_{1W4} = 0, \quad f_{2W2}^{(N)} = f_{2W4}^{(N)} = 0 \quad (12)$$

よって (10), (11) 式の係数行列を各々 $\{H_{ij}\}, \{K_{ij}^{(N)}\}, \{H'_{ij}\}, \{K'_{ij}^{(N)}\}$ とおくと (12) 式より

$$\begin{pmatrix} \bar{f}_{1W1} \\ \bar{f}_{1D} \\ \bar{f}_{1W3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{f}_{1W1} \\ \bar{f}_{1D} \\ \bar{f}_{1W3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\bar{f}_{0W1} \\ \bar{f}_{1D} \\ -\bar{f}_{0W3} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \bar{f}_{2W1}^{(N)} \\ \bar{f}_{2D}^{(N)} \\ \bar{f}_{2W3}^{(N)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11}^{(N)} & K_{12}^{(N)} & K_{13}^{(N)} \\ K_{21}^{(N)} & K_{22}^{(N)} & K_{23}^{(N)} \\ K_{31}^{(N)} & K_{32}^{(N)} & K_{33}^{(N)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{f}_{2W1}^{(N)} \\ \bar{f}_{2D}^{(N)} \\ \bar{f}_{2W3}^{(N)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11}^{(N)} & K_{12}^{(N)} & K_{13}^{(N)} \\ K_{21}^{(N)} & K_{22}^{(N)} & K_{23}^{(N)} \\ K_{31}^{(N)} & K_{32}^{(N)} & K_{33}^{(N)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{f}_{2D}^{(N)} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\text{同様に } \{\bar{\varphi}_{0D}\} = \{H_{22}\} \{\varphi_{0D}\}, \quad \{\bar{\varphi}_{3D}\} = \{K_{22}^{(N)}\} \{\varphi_{3D}\} \quad (14)$$

よって以後は分割された小行列を要素と考え

$$\bar{f}_{1D} = -H_{21} \bar{f}_{0W1} + H_{22} \bar{f}_{1D} - H_{23} \bar{f}_{0W3}, \quad \bar{f}_{2D}^{(N)} = K_{22}^{(N)} \bar{f}_{2D}^{(N)} \quad (15)$$

(15) 式を (10), (11) 式に代入して

$$\begin{aligned} \varphi_{0D} &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \bar{\lambda}_0} \{ \bar{f}_{0D} - H_{21} \bar{f}_{0W1} + H_{22} \bar{f}_{1D} - H_{23} \bar{f}_{0W3} \} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\bar{\lambda}_n \cosh \bar{\lambda}_n} K_{22}^{(N)} \bar{f}_{2D}^{(N)} \\ \frac{1}{2} \varphi_{3D} &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \bar{\lambda}_0} \{ \bar{f}_{0D} - H_{21} \bar{f}_{0W1} + H_{22} \bar{f}_{1D} - H_{23} \bar{f}_{0W3} \} \frac{1}{1 + (S\pi/\bar{\lambda}_0)^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 - (S\pi/\bar{\lambda}_n)^2} K_{22}^{(N)} \bar{f}_{2D}^{(N)} \end{aligned}$$

(6), (7) 式及び (14) 式を代入して整理すると次の無限連立 1 次方程式を得る。

$$\begin{aligned} (a_0 b_0 H_{22} H_{22}' + \sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n K_{22}^{(N)} H_{22}' - I) \varphi_{0D} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_0 b_0 H_{22} C_S K_{22}^{(N)} + \sum_{m=1}^{\infty} a_n b_m K_{22}^{(N)} d_S K_{22}^{(N)}) \varphi_{3D} \\ = a_0 \{ -\bar{f}_{0D} + \{ H_{21} H_{22} H_{23} \} \{ \bar{f}_{0W1} \bar{f}_{0D} \bar{f}_{0W3} \}^T \} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} (a_0 b_0 C_S H_{22} H_{22}' + \sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n d_S K_{22}^{(N)} H_{22}' - \frac{1}{2} I) \varphi_{3D} \\ = a_0 C_S \{ -\bar{f}_{0D} + \{ H_{21} H_{22} H_{23} \} \{ \bar{f}_{0W1} \bar{f}_{0D} \bar{f}_{0W3} \}^T \} \end{aligned} \quad (17)$$

但し $a_0 = \sinh \bar{\lambda}_0 / \bar{\lambda}_0 \cosh \bar{\lambda}_0$, $b_0 = \sinh \bar{\lambda}_0 / N_0 \sinh \bar{\lambda}_0$, $a_n = \sin \bar{\lambda}_n / \bar{\lambda}_n \cosh \bar{\lambda}_n$, $b_n = \sin \bar{\lambda}_n / N_n \sinh \bar{\lambda}_n$, $C_S = 1 / \{ 1 + (S\pi/\bar{\lambda}_0)^2 \}$, $d_S = 1 / \{ 1 - (S\pi/\bar{\lambda}_n)^2 \}$ である。

(16), (17) 式より $\{\varphi_{0D}\}, \{\varphi_{3D}\}$ が求まるので (14) 式より $\{\bar{\varphi}_{0D}\}, \{\bar{\varphi}_{3D}\}$ が求まり (6), (7) 式より $\{\bar{f}_{1D}\}, \{\bar{f}_{2D}^{(N)}\}$ が求まり。
(10) 式より $\{f_1\}, \{f_2^{(N)}\}$ が求まり全ての速度ポテンシヤルが決定されたことになる。

以上より柱状体側面に作用する流体力 P_1 は

$$\frac{P_1}{\rho g \zeta_0} = i e^{-i\omega t} \left\{ \{f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)\} \frac{\cosh k(\xi + h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(N)}(\xi_j, \eta_j) \frac{\cosh k_n(\xi + h)}{\cosh k_n h} \right\}$$

底面に作用する流体力 P_2 は

$$\frac{P_2}{\rho g \zeta_0} = i e^{-i\omega t} \left[\varphi_0(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x, y) \right]$$

また、外域の波高を入射波高で割った波高比 K_d は

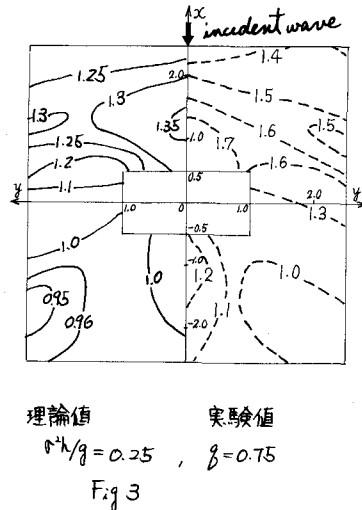
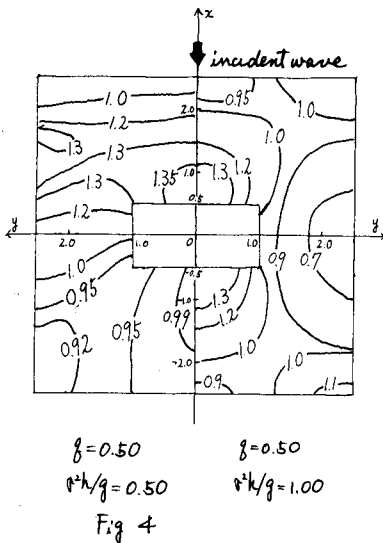
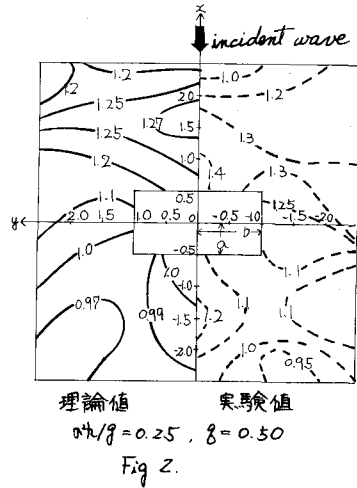
$$K_d = |f_0(x, y) + f_1(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(N)}(x, y)|$$

で表わされる。

3. 実験 実験では $a/b = 0.5$, 水深 $h = 20 \text{ cm}$, $b/h = 1.0$, $N^*h/g = 0.25$ で β をパラメータとして $\beta = 0.50$, $\beta = 0.75$ の 2 通りを行った。すなわち理論値はこれに加えて $\beta = 0.50$ で一定とし、 N^*h/g をパラメータとして $N^*h/g = 0.5$, $N^*h/g = 1.0$ の場合も参考としてあげている。

4. 考察 Fig 2 および Fig 3 は $N^*h/g = 0.25$ で $\beta = 0.50$, $\beta = 0.75$ の場合である。すなわち実験値は理論値、波線は実験値を示す。各図を見ると、傾向はよく一致しているが、全体的に理論値より実験値の方が大きく出ている。これは、消波装置と並流板の影響が出てきていると思われる。

5. 結言 ここでは波高分布のみの結果をあげたが
流速および圧力分布についての検証実験も現在行なっ
ているので、これが完了次第、ひと続き報告する予定である。



参考文献

- (1) 井島武士, 周宗仁, 吉田明徳, 湯村やす (1974年8月): 水底および水面付近の任意断面の固定柱状体による波の散乱と波力, 土木学会論文報告集才228号
- (2) 井島武士, 周宗仁 (1974年): 有限水域における透過及び不透過島堤による波の散乱(理論解と実験), 才21回海岸工学講演会論文集