

九州産業大学 正会員 加納正道

九州産業大学 正会員 崎山正常

1. まえがき 沿岸部や河口部を含む海洋汚染が問題となっているが、その対策を立てるにあたっては、先ず現象の解明をいそがなければならぬ。その手段として通常用いられている方法には、現地調査はもちろんのこと、水理模型実験ならびに電子計算機による拡散方程式の数値解析などがある。筆者らも、ある海域を対象として、この種問題を検討しつつあるが、本報は、その過程でえられた拡散係数と模型実験の相似律についての若干の知見を整理したものである。

2. 拡散係数 一般に、拡散方程式および拡散係数は(1)式および(2)式であらわされる。^{1), 2)}

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial(UC)}{\partial x} - \frac{\partial(VC)}{\partial y} - \frac{\partial(WC)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad (1)$$

$$D = k U_* h \quad (2)$$

ここに、 C は濃度、 U, V, W および D_x, D_y, D_z はそれぞれ x, y, z 方向の流速および拡散係数であり、 U_* はまさつ速度、 h は水深、 k は水路条件によって決まる無次元定数である。

いま U_* を底面粗度 n 、水深 h 、平均流速 V などの物理量であらわそう。これらの物理量と底面まさつ応力 τ_0 、流体密度 ρ 、まさつ損失係数 f などの関係は定義により、

$$U_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}, \quad \tau_0 = \frac{f}{8} \rho V^2, \quad f = \frac{8g \cdot n^2}{h^{1/3}} \quad \text{である。したがって } U_* = \frac{n\sqrt{g} V}{h^{1/6}} \quad \text{がえられ、}$$

(2)式はつぎのようにあらわされる。

$$D = k \sqrt{g} n h^{5/6} V \quad (3)$$

すなわち、(3)式に、任意地点の任意時刻の水深および流速を適用すれば、これに應ずる拡散係数の値を知ることができる。従来、海洋の拡散係数については、例えば沿岸より考える地点までの距離を l として、 $D = 0.1 l$ などの経験式が使用されており、その物理性を説明する根拠にとぼしかった。この点(3)式は、非定常現象である海洋拡散を取り扱ううえで妥当な結果を与えるものとする。また、(3)式により図-1に示す海域において、模型と実物について計算した例を表-1の D の欄にあらわしている。また同表に $D = 0.1 l$ の値も示している。これらと比較するとオーダーとしては合っているが、(3)式による値の方がその物理性上妥当であるとする。

3. 模型実験の相似律 海洋拡散についての模型実験においては、大領域を模型化し、かつ水流の相似性を確保するために水平縮尺と鉛直縮尺とを変えることが普通である。そこで、水平縮尺を N_H 、鉛直縮尺を N_V とし、模型の物理量に m 、実物のそれに p の添字を付して相似律を検討してみよう。

$$(3)式より \quad \frac{D_m}{D_p} = \left(\frac{h_m}{h_p} \right)^{5/6} \frac{V_m}{V_p} \frac{n_m}{n_p} = N_V^2 N_H^{-1/2} \quad (4)$$

(1)式より

$$\frac{\partial C_m}{\partial t_m} = -\frac{\partial(U_m C_m)}{\partial x_m} - \frac{\partial(V_m C_m)}{\partial y_m} - \frac{\partial(W_m C_m)}{\partial z_m} + \frac{\partial}{\partial x_m} \left(D_{xm} \frac{\partial C_m}{\partial x_m} \right) + \frac{\partial}{\partial y_m} \left(D_{ym} \frac{\partial C_m}{\partial y_m} \right) + \frac{\partial}{\partial z_m} \left(D_{zm} \frac{\partial C_m}{\partial z_m} \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial C_p}{\partial t_p} = -\frac{\partial(U_p C_p)}{\partial x_p} - \frac{\partial(V_p C_p)}{\partial y_p} - \frac{\partial(W_p C_p)}{\partial z_p} + \frac{\partial}{\partial x_p} \left(D_{xp} \frac{\partial C_p}{\partial x_p} \right) + \frac{\partial}{\partial y_p} \left(D_{yp} \frac{\partial C_p}{\partial y_p} \right) + \frac{\partial}{\partial z_p} \left(D_{zp} \frac{\partial C_p}{\partial z_p} \right) \quad (6)$$

いま, $dt_m = \beta dt_p$, $dx_m = N_H dx_p$, $dy_m = N_H dy_p$, $dz_m = N_V dz_p$, $u_m = N_V^{1/2} u_p$, $v_m = N_V^{1/2} v_p$, $w_m = N_H^{-1} N_V^{1/2} w_p$ の関係を(5)式に適用すれば

$$\frac{1}{\beta} \frac{C_m}{C_p} \frac{\partial C_p}{\partial t_p} = - \frac{N_V^{1/2} C_m}{N_H C_p} \frac{\partial (u_p C_p)}{\partial x_p} - \frac{N_V^{1/2} C_m}{N_H C_p} \frac{\partial (v_p C_p)}{\partial y_p} - \frac{N_V^{1/2} C_m}{N_H C_p} \frac{\partial (w_p C_p)}{\partial z_p} + \frac{D_{xm} C_m}{D_{xp} N_H^2 C_p} \frac{\partial}{\partial x_p} \left(D_{xp} \frac{\partial C_p}{\partial x_p} \right) + \frac{D_{ym} C_m}{D_{yp} N_H^2 C_p} \frac{\partial}{\partial y_p} \left(D_{yp} \frac{\partial C_p}{\partial y_p} \right) + \frac{D_{zm} C_m}{D_{zp} N_V^2 C_p} \frac{\partial}{\partial z_p} \left(D_{zp} \frac{\partial C_p}{\partial z_p} \right) \quad (7)$$

がえられる。この式の各項の係数を(6)式のそれと比較すれば

$$\frac{D_{xm}}{D_{xp}} = \frac{D_{ym}}{D_{yp}} = N_H N_V^{1/2} \quad (8)$$

$$\frac{D_{zm}}{D_{zp}} = N_H^{-1} N_V^{3/2} \quad (9)$$

がえられる。筆者らの模型では $N_H = 1/500$, $N_V = 1/50$ であり, また, (3)式の右の値に Elder の値 5.93²⁾ を採り, これらを(4), (8)および(9)式に適用すれば

$$D_p = 111 D_m \quad (10)$$

$$D_{xp} = 3530 D_{xm} \quad (11)$$

$$D_{zp} = 35.3 D_{zm} \quad (12)$$

となる。力学的相似律からは(11), (12)式が要求されるのであるが, 実際は(10)式の形の拡散が模型でおこっていることを示し, 鉛直方向の拡散係数は $\frac{35.3}{111} = \frac{1}{3.18}$ に縮められ, 水平方向の拡散係数は $\frac{3530}{111} = 31.8$ 倍に拡大されることになる。なお, $N_H = N_V$ の場合は(4), (8)および(9)式の3式とも右辺は $N_H^{3/2}$ とはなりまない模型では拡散相似律が満足される。

4. 拡散項と移送項の比率について 拡散方程式は(1)式の形をとり, 移送項と拡散項の和が濃度変化を形成している。この両者が模型と実物とどの程度の比率か, その一例を数値解の結果を用いて表-1に示している。これによれば実物においては, 拡散項と移送項との比はたがだ1%余りである。一方模型においては, その比は3.2%になるものがあり, 拡散係数が濃度変化に与える影響は大きくなる。これは模型を歪めたことに起因し, 歪模型では拡散係数の取り扱いが実物よりも重要になってくる。

5. むすび

拡散係数は(3)式のように, 粗度係数, 水深, および流速であらわすことができ, 任意地点, 任意時刻の拡散係数が推算できる。また歪模型では拡散項の移送項に対する比率が3.2%になるものがあり, 実物のそれの1%よりも大きくなる。したがって, 拡散係数の取り扱いには注意する必要がある。

参考文献

- 1) 加納 他: 土木学会西部支部 S48年度研究発表論文集 P165
- 2) 土木学会: 水理公式集 S46年版 P54
- 3) 堀口孝男: 第16回海岸工学講演会論文集 1969年 P188

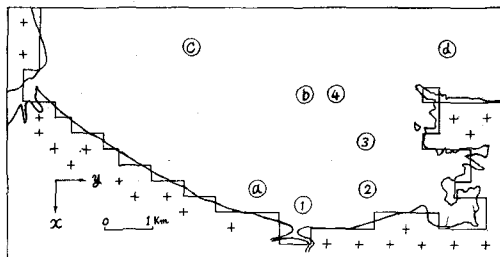


図-1 対象海域と地点

表-1 模型と実物における拡散係数および拡散項と移送項の比較

模 型					実 物				
地点	$D \frac{(m^2/sec)}{(2)式による}$	拡散項	移送項	$\frac{拡散項}{移送項}$	地点	$D \frac{(m^2/sec)}{(2)式による}$	拡散項	移送項	$\frac{拡散項}{移送項}$
①	0.64×10^{-3}	0.21×10^{-3} -0.14×10^{-3}	17.0×10^{-3} -15.0×10^{-3}	$\frac{1.24}{0.93} \%$	①	0.15	-0.02×10^{-3} -0.23×10^{-3}	1.72×10^{-3} -2.98×10^{-3}	0.21% 0.78%
②	0.54 "	0.10×10^{-3} -0.02	2.8 " -0.2 "	$\frac{3.43}{10.81} \%$	②	0.35	0.10 " 0.35 "	23.70 " -2.66 "	0.04% 1.32%
③	1.14 "	0.16×10^{-4} -0.23	-1.8 " -0.4 "	$\frac{0.89}{5.41} \%$	③	0.30	-0.08 " -1.17 "	21.10 " -39.50 "	0.04% 0.30%
④	1.69 "	-0.08×10^{-4} 0.06	0 " -0.02 "	32.11 %	④	0.15	-0.17 " -0.95 "	-13.90 " -11.50 "	0.13% 0.82%