II－14　スペクトル分析による構造物の振動性状解析の精度向上について

九州大学　工学部　正員　小坪　清真
九州大学　工学部　正員　鳥野　清
九州大学　工学部　学生員　○荒木　喜春

I　まえがき

我々は，現在まで橋梁その他の構造物の常時微動を測定し[1]，F.F.T.(Fast Fourier Transform)を用いて構造物の振動性状(固有振動数・変位モード・減衰定数)を解析してきたが，減衰定数の小さな構造物に対しては，起振機試験と同様な精度で振動性状を求めることができた。しかしこのスペクトル解析法では，変位モード、減衰定数の算定にあたってパワースペクトルのピーク値，および形によって誤差を生じやすい欠点を持っているし、減衰定数の大きな構造物に対しては，パワースペクトルのピークが立ちにくく，解析しにくい等の問題点がある。そこで、本論文は，2層ラーメンのモデルを考え、質量、バネ定数を仮定し理論的に固有振動数とモードを求め、減衰定数は大きい場合(1次：0.1，2次：0.1)と小さい場合(1次：0.02，2次：0.01)の2通りに仮定し，エルセントロ地震加速度記録(NS成分)をモデルへの入力として応答計算を行ない，その応答変位をデータとし，F.F.T.と地球物理学等で用いられるM.E.M.(Maximum Entropy Method)の両方法で求めたパワースペクトルから振動性状を求め，理論から得られる振動性状との比較から精度の見当を行なった。

II　解析方法

図1に解析に用いた二層ラーメンの重量分布とバネ定数を示し，図2にその固有振動数とそれに対応しているモード図を示す。図3は解析フローチャートを示している。

図1 モデルラーメン

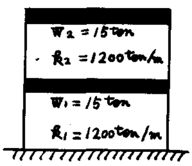


図2 モード

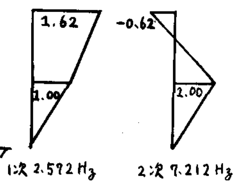
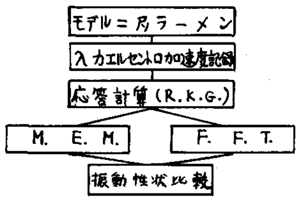


図3 解析フローチャート



III　M.E.M.[2]

M.E.M.によるパワーの算定式は，次式に示す通りである。

$$P(f)=\frac{P_m \Delta t}{1-\sum_{n=1}^{m} a_{mn} e^{-2\pi i f n \Delta t}} \quad \left(-\frac{1}{2\Delta t} \leq f \leq \frac{1}{2\Delta t}\right)$$

ただし，P_mとa_{mn}は，次式によって定められる。

$$\begin{bmatrix} \phi_0 & \phi_1 & \cdots & \phi_m \\ \phi_1 & & & \vdots \\ \vdots & & & \phi_1 \\ \phi_m & \cdots & \phi_1 & \phi_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -a_{m1} \\ \vdots \\ -a_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_m \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

ϕ_i：時間差$i\Delta t$の自己相関関数($i=0, 1, 2, \cdots\cdots, m$)

$(1, -a_{m1}, \cdots\cdots, -a_{mm})$：Prediction error filter

P_m：$m+1$次元のprediction error filterの出力

IV　解析結果

1) スペクトル図

図4と図5にF.F.T.とM.E.M.の第1層のパワーの比較図を示す。図4は，減衰定数が小さい場合であり，M.E.M.のスペクトルの形がなめらかで固有振動数の判別を容易にしている。図5になると減衰定数が大きい場合で，

図 4

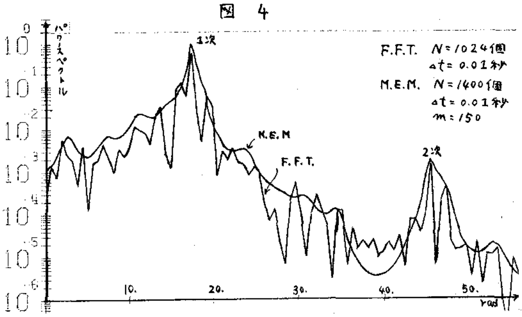


図 5

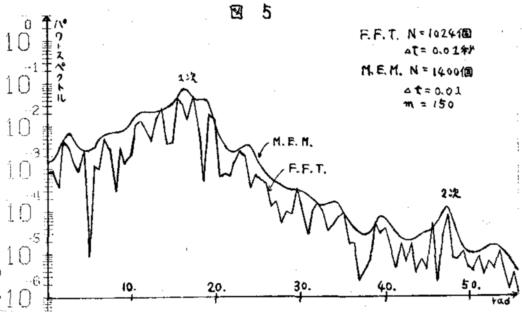


表１一規準振動の直交性

		1形のモード	2形のモード	$\Sigma Y_s Y_r$
1次	17.181	1.	1.62	
2次と考えられる振動数	19.021	1.	1.65	3.673
	22.703	1.	1.74	3.819
	28.225	1.	2.04	4.305
	29.452	1.	2.01	4.256
	31.907	1.	2.22	4.596
	34.975	1.	2.56	5.147
	38.656	1.	2.84	5.601
	45.406	1.	−0.87	−0.409
	47.247	1.	−0.76	−0.231

表２一固有振動数（Hz）

仮定した減衰定数	$h_1=0.02$		$h_2=0.01$		$h_1=0.10$		$h_2=0.10$	
	1次		2次		1次		2次	
	1形	2形	1形	2形	1形	2形	1形	2形
理論解	2.752	2.752	7.212	7.212	2.752	2.752	7.212	7.212
F. F. T.	2.734	2.734	7.227	7.227	2.734	2.734	7.520	7.520
M.E.M.（MM=150 N=1400）	2.710	2.710	7.221	7.240	2.570	2.580	7.511	7.481

表３ーモード

仮定した減衰定数	$h_1=0.02$		$h_2=0.01$		$h_1=0.10$		$h_2=0.10$	
	1次		2次		1次		2次	
	1形	2形	1形	2形	1形	2形	1形	2形
理論解	1.	1.62	1.	−0.62	1.	1.62	1.	−0.62
F. F. T.	1.	1.62	1.	−0.47	1.	1.62	1.	−0.76
M.E.M.（MM=150 N=1400）	1.	1.62	1.	−0.67	1.	1.62	1.	−0.68

２次の判別が一見してわかりにくい。そこで規準座標の直交性を用い，その判別の指標とした。表１は減衰定数が大きい場合の直交性を利用して，固有振動数を求めた例である。表２において，固有振動数は，F.F.T.，M.E.M.ともそう精度は変わらない。しかし表ー３のモードになるとM.E.M.の方がF.F.T.よりすぐれている。しかしM.E.M.では位相判定は不可能であるが周波数やデータ個数を任意に選べる利点がある。表ー４の減衰定数については，減衰の小さな場合においては，M.E.M.とF.F.T.において差はない。しかし減衰が大きくなるとM.E.M.の方がずっと精度のよいことがわかる。

表４一減衰定数

仮定した減衰定数	$h_1=0.02$		$h_2=0.01$	
	1次		2次	
	1形	2形	1形	2形
理論解	0.020	0.020	0.010	0.010
F. F. T.	0.019	0.019	0.007	0.011
M.E.M.（MM=150 N=1400）	0.022	0.022	0.012	0.008

仮定した減衰定数		$h_1=0.1$	
		1次	
		1形	2形
理論解		0.1	0.1
F.F.T.（N=1024）	h.P.	0.02	0.01
	最自	0.02	0.02
F.F.T.（512個3回平均）	h.P.	0.08	0.09
	最自	0.09	0.09
M. E. M.	h.P.	0.07	0.02

Ⅴ　結論

Ⅳの解析結果において述べたようにスペクトルの分解能ということから考えるとM.E.M.の方がF.F.T.よりすぐれている。しかし，M.E.M.だけでは，位相判別が困難なためF.F.T.とM.E.M.の利点を相互補完的に用い，より精度のよい振動性状を求めることがのぞましいと思う。今後特に減衰の大きな構造物の解析に対して，M.E.M.を用いて解析してゆく所存である。

参考文献

① 小坪清真　土木振動学　第17章

島野 清　土木学会論文報告集　第22号　1974年2月 P25～P36

② Lacoss, R.T., 1971, Data adaptive spectral analysis methods : Geophysics, V. 36, P661～675

Ulrch, T.J., 1972 Maximum entropy power spectrum of truncated sinusoids : J. Geophys. Res. V77 P1396～1400

N. ANDERSEN, 1974 On the calculation of filter coefficients for Maximum entropy spectral analysis V39 P69～72

K.L. PEACOCK, SVEN TREITEL 1969 Predictive Deconvolution : Theory and Practice V34 P155～169