

熊本大学工学部	正 員	三 池 虎 次
同 上	学 生 員	竹 野 敏 行
同 上	学 生 員	○ 下 田 孝 義
同 上	学 生 員	丸 内 進

1. はじめに

ある制約条件の下に、目的関数の極値を求める最適設計の手法を各種構造設計に応用する研究が現在盛んに行なわれている。その多くは、次元をもった荷重の下で、状態変数と許容状態変数の大小関係と主たる制約条件として次元をもった設計変数の最適値を求めるものであり、そして、より効率的で精度の高い数学的プログラミングを探索することが研究の主テーマであった。

一方、筆者らは、もっぱら構造模型実験に用いられている相似則を構造設計に応用する研究を積み重ねてきた。物理的に意義のある形状、材質、荷重および状態変数の無次元数で表現された構造解析の基礎式は、相似則そのものを明確に規定するものであって、相似ないし疑似相似の構造の力学的特性は、これによって容易に考察、判断されることになる。物理的に意義のある無次元数をパラメーターとした最適相似構造解析を試みることは、構造設計の可能性を追及する上からも興味あることと考えられる。

2. トラスの相似構造解析

骨組構造解析における無次元剛性マトリックス K^* は、代表部材の細長比 λ_0 、剛比 K 、代表部材に対する任意部材の断面積 A 、長さ l の比 $k_A = A/A_0$ 、 $k_l = l/l_0$ 、ヤング率 E の比 $k_E = E/E_0$ 、およびポアソン比 ν によって構成され、この形状無次元数に対応する変位 u 、回転変位 ϕ の無次元数は $u^* = (E_0 A_0 / P_0)(u/l_0)$ 、 $\phi^* = (E_0 A_0 / P_0) \phi$ を要素とする変位の無次元数 d^* であり、また、外力の代表値を P_0 として、外力 P の無次元数 $P^* = P/P_0$ 、モーメント M の無次元数 $M^* = M/P_0 l_0$ を要素とする無次元荷重 P^* であって、 d^* は T を変換マトリックスとして、

$$d^* = f_d \{ \underbrace{\lambda_0, K, k_l, k_A}_{\text{形状無次元数}}, \underbrace{\nu, k_E}_{\text{材質無次元数}}, \underbrace{T}_{\text{外力比}} \} P^* \quad (1)$$

同様に応力 σ の無次元数 $\sigma^* = \sigma A_0 / P_0$ として、その無次元ベクトルは、

$$\sigma^* = f_\sigma \{ \underbrace{\lambda_0, K, k_l, k_A}_{\text{形状無次元数}}, \underbrace{\nu, k_E}_{\text{材質無次元数}}, \underbrace{T}_{\text{外力比}} \} P^* \quad (2)$$

で与えられる。上式は、形状、材質および荷重が相似の2つの構造に対して、無次元状態変数 d^* 、 σ^* が等しいこと、すなわち、相似則そのものを意味する。

さて、形状、材質は相似であるが、外力 P^* を緩和する疑似相似構造を考える。すなわち、骨組構造に作用する死荷重を P_0 、活荷重を P_L 、骨組部材の単位重量を W 、その代表値を W_0 、死荷重の代表値を $P_{00} = W_0 A_0 l_0$ として、死活荷重の合力 P を P_{00} で除して合力の無次元数を P^* 、死荷重無次元数を $P_0^* = P_0 / P_{00}$ とすれば、

$$P^* = \frac{1}{P_{00}} (P_0 + P_L) = P_0^* + \frac{P_L}{W_0 A_0 l_0} \quad (3)$$

P_0^* の要素 P_0^* は、 P_0 の要素 $P_0 = \sum k_l W A l$ と P_{00} の比であり、 $k_W = W/W_0$ として、 $P_0^* = \sum k_l \cdot k_E \cdot k_A \cdot k_W$ であるから、相似の構造では、スパン L に関係なく P_0^* は定数となり、式(2)より、 $\sigma_0^* = \sigma_0 A_0 / P_0 = \sigma_0 / W_0 l_0$ もまた定数である。

したがって、死荷重による応力 σ_D は、

$$\sigma_D = \sigma_D^* w_0 L (l_0/L) \quad (4)$$

であり、部材単位重量 w_0 とスパン L に比例するが、断面積には関係しない。

式(3)の右辺第2項は活荷重の無次元数 P_L^* である。その代表値を P_0 として、

$$P_L^* = \frac{P_L}{w_0 A_0 l_0} = \frac{P_0}{w_0 A_0 l_0} \frac{P_L}{P_0} \quad (5)$$

したがって、活荷重が相似で P_L/P_0 の要素 $P_L^* = P_L/P_0$ が定数の場合、式(5)と式(2)

に代入して、 $\sigma_L \propto P_0/w_0 A_0 l_0$ であるが、式(4)と同様 $\sigma_L \propto \sigma_L^* w_0 L$ であるから、

$$\sigma_L \propto \frac{P_0}{L^2} \cdot \frac{L^2}{A_0}$$

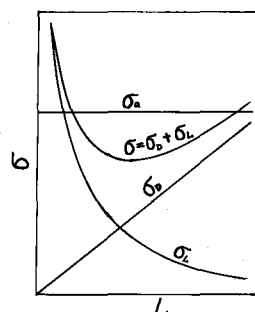


図-1 骨組構造における応力 σ とスパン L の関係 (σ_a は許容応力)

で、活荷重が一定の場合の相似構造に対して σ_L は L^2 に逆比例し、 w_0 に影響されない。すなわち、この応力 σ と、スパン L の関係は図-1に示すとおりであって、構造を相似に保つ場合、あるスパンに対して応力は最小となり、また、そのスパンより L を拡大する場合、死荷重応力 σ_D が顕著となり、ついには許容応力を超えることになる。

3. 最適相似構造解析

2.において、材質と形状は相似であることを前提としたが、次には、図-1において死活荷重応力 σ が $\sigma_a \geq \sigma$ の下で σ_a に接近するようなスパン L 、断面積 A_0 、形状無次元数 k_A を求めることを考える。これは、明らかに無次元数を設計変数とする最適設計の問題である。その目的関数 Y は、最小重量設計に従うとき

$$Y = w_0 A_0 l_0 \{ 1 + \sum k_w R_w R_k \} \quad (6)$$

であり、 $P_0 = w_0 A_0 l_0$ であるから、次式

$$\frac{\sigma_a}{w_0 L} \cdot \frac{L}{l_0} - \sigma^* \geq 0 \quad (7)$$

が、無次元化された応力に関する制約条件となる。

もっとも簡単な問題は、 A_0 と k_A のみを設計条件としたり、あるいは、単に A_0 のみを設計条件として最適断面積 A_0 と L の関係を調べることである。 A_0 を除いて形状が相似の場合には、死荷重応力 σ_D は A_0 に関係なく、スパン L に比例して増大する。活荷重応力 σ_L のみが A_0 によって調整できる応力である。

たとえば、あるトラス橋モデルに対して形状が完全相似で $A_0 \propto L^2$ であるよりは $A_0 \propto L^{1.3}$ とするとき、死活荷重応力 σ がほぼ一定の値を得た¹⁾。

鷹部屋²⁾は、トラスの2次応力に関する研究において、実在の47個のトラスの剛比 K と断面積比 k_A を調査して、標準型トラスを選定し、かつ、剛比と断面積比が一定のトラスの最大断面を有する部材の剛度 K と断面積 A との間に、

$$K = \frac{1}{813} A^2 \quad (8)$$

の関係をj得ており、換言すれば、最適相似構造解析を実物について検討しているとも解j釈できよう。

数値計算法、計算結果については、発表会において説明の予定である。

参考文献

- 1) 三池亮次, 高沢邦治, 丸内進: “死活荷重が骨組構造の応力に及ぼす効果” 土木学会第29回年次学術講演会 昭49.10
- 2) 鷹部屋 福平: “構造力学 ⅡⅢ” 彰国社 昭29.7 PP.141, PP.150